COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 MARS 1895,

PRÉSIDENCE DE M. MAREY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. G. **Darboux** présente à l'Académie la médaille exécutée par notre Confrère M. Chaplain, en l'honneur du cinquantenaire de l'entrée de M. Joseph Bertrand dans l'Enseignement. Cette médaille porte au revers l'inscription suivante : « A Joseph Bertrand, Membre de l'Académie Française, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, pour honorer cinquante années de dévouement à la Science et à l'Enseignement, ses élèves, ses admirateurs, ses amis. Mars 1844-1894 ».

CHIMIE. — *Sur l'argon;* par M. **Berthelot.**

« M. W. Ramsay ayant eu l'obligeance de m'adresser un petit échantillon du nouveau gaz, je l'ai soumis à divers essais et j'ai reconnu qu'il

pouvait entrer en combinaison avec certains composés organiques, notamment avec la vapeur de benzine, sous l'influence de l'effluve électrique. Je publierai, la semaine prochaine, les détails de cette expérience. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur les courbes définies par une équation différentielle du premier ordre*. Note de M. **Émile Picard**.

« 1. La discussion, dans le voisinage d'un point singulier, des courbes définies par une équation différentielle du premier ordre, a fait l'objet de nombreux travaux, parmi lesquels il faut d'abord citer les travaux classiques de M. Poincaré. Ayant traité récemment ce sujet dans mon cours, j'ai été amené à faire quelques remarques qui, quoique très simples, ne sont pas sans intérêt. En supposant le point singulier à l'origine, prenons une équation de la forme

$$(1) \qquad \frac{dx}{ax+by+\ldots} = \frac{dy}{a'x+b'y+\ldots},$$

les termes non écrits étant de degrés supérieurs au premier. La nature de la singularité dépend, comme on sait, des racines de l'équation du second degré en λ

$$(2) \qquad \begin{vmatrix} a-\lambda & b \\ a' & b'-\lambda \end{vmatrix} = 0.$$

» Si les racines, supposées distinctes, de cette équation sont réelles et de même signe, toutes les courbes intégrales approchant suffisamment de l'origine passent par ce point et y ont une tangente déterminée. On a alors ce que M. Poincaré appelle un *nœud*.

» Si les racines sont imaginaires (leur rapport n'étant pas égal à -1), toutes les courbes intégrales approchant suffisamment de l'origine ont ce point comme point asymptote, et on a alors un *foyer*.

» Enfin, si les racines de (2) sont réelles et de signes contraires, on trouve facilement que deux courbes intégrales passant à l'origine, et il est aisé de voir qu'en ce point, qui est alors dit un *col*, il ne passe pas d'autre courbe intégrale *ayant une tangente déterminée*. Une lacune subsiste toutefois dans cette théorie; on n'a pas démontré, je crois, qu'il n'existe pas de courbe intégrale se rapprochant indéfiniment de l'origine sans y arriver avec une tangente déterminée. La démonstration n'est pas abso-

lument immédiate, car on n'a pas ici, comme dans les cas précédents, une forme analytique de l'intégrale générale dans le voisinage de l'origine.

» Pour faire la démonstration, remarquons d'abord que les deux courbes intégrales passant par un col, dont nous venons de parler, ayant leurs tangentes distinctes et un point simple à l'origine, on peut faire un changement de variables tel que les axes des x et des y soient les intégrales précédentes. L'équation différentielle aura alors nécessairement la forme

$$\frac{dx}{x(\lambda_1+\ldots)} = \frac{dy}{y(\lambda_2+\ldots)},$$

les termes non écrits s'annulant à l'origine, λ_1 et λ_2 désignant les racines de (2).

» Il est d'abord évident que, dans la région autour de l'origine où les séries des dénominateurs convergent, une courbe intégrale ne peut rencontrer l'axe des x ou l'axe des y. Si, en effet, une intégrale rencontre l'axe des y au point ($x = 0$, $y \neq 0$), elle sera tangente en ce point à l'axe des y et devra, par suite, coïncider avec lui. Ceci posé, envisageons une courbe intégrale passant à l'origine ou s'en rapprochant indéfiniment, et distincte de Ox et Oy. Nous pouvons supposer que, depuis un certain point, elle est dans le premier quadrant. Suivons la courbe depuis ce point jusqu'à l'origine; si P désigne le point mobile de la courbe, le rayon vecteur OP tourne toujours dans le même sens autour de l'origine O, car autrement, pour la position de P correspondant à ce changement de sens, la droite OP serait tangente en P à la courbe, et l'on aurait pour les coordonnées de ce point

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y}$$

et, par suite,

$$\frac{1}{\lambda_1+\ldots} = \frac{1}{\lambda_2+\ldots},$$

égalité impossible.

» Supposons, par exemple, que OP marche constamment dans le sens de Ox vers Oy; quand P tendra vers l'origine, OP *aura nécessairement une limite,* puisque la direction OP marche toujours dans le même sens et ne peut dépasser Oy, d'après ce que nous avons dit plus haut.

» Il est donc établi que *la courbe intégrale considérée a une tangente à l'origine,* et il en résulte immédiatement qu'il n'y a pas d'autres courbes intégrales passant à l'origine ou s'en rapprochant indéfiniment que les deux courbes indiquées.

» 2. Nous venons de considérer une équation différentielle du premier ordre et du premier degré. Une étude analogue doit être faite pour les équations de degré supérieur; elle est très facile si l'on se borne à étudier les cas où les courbes intégrales ont une tangente déterminée au point singulier. Les discussions deviennent, au contraire, plus délicates si l'on veut envisager toutes les possibilités qui, *a priori*, pourraient se présenter. J'ai fait cette discussion pour l'équation du second degré

$$(ax+by+\ldots)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+2(a_1x+b_1y+\ldots)\frac{dy}{dx}+(a_2x+b_2y+\ldots)=0,$$

où les termes non écrits sont de degrés supérieurs au premier en x et y. Il s'agit d'étudier toutes les courbes intégrales de cette équation différentielle passant à l'origine ou s'en rapprochant indéfiniment. *En se bornant au cas général*, c'est-à-dire en supposant qu'il n'existe pas, entre les a et les b, de relation particulière d'égalité, on arrive à la conclusion que *toutes ces courbes ont nécessairement une tangente déterminée à l'origine*. J'en donnerai ailleurs la démonstration, qui est un peu minutieuse. Ce cas général de l'équation du second degré est donc relativement plus simple, en ce qui concerne la forme des courbes, que le cas de l'équation du premier ordre, où le point singulier peut être un point asymptote (cas d'un foyer).

» On sait qu'il y a de nombreux problèmes de Géométrie conduisant à une équation de la forme précédente; telle est, par exemple, la recherche des lignes de courbure d'une surface passant par un ombilic de cette surface. Les résultats énoncés à leur sujet n'étaient peut-être pas établis avec toute la rigueur désirable; le théorème précédent permet de les compléter. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur l'éclipse totale de Lune du 11 mars courant.* Note de M. J. JANSSEN.

« Les éclipses totales de Lune ont repris, ainsi que je le disais ici même il y a quelques années, un véritable intérêt, en raison des moyens nouveaux d'étude que l'analyse spectrale et la photographie mettent actuellement entre nos mains.

» A Meudon, nous nous étions préparés pour des observations, photographiques et spectroscopiques de l'éclipse totale qui eut lieu cette nuit.

Pendant la totalité, nous avons aperçu la Lune à de rares intervalles et chaque fois seulement pendant quelques instants. Son disque était visiblement moins rouge que pendant les éclipses que j'ai eu l'occasion d'observer, ce qui tient évidemment à ce que notre satellite, cette fois-ci, a traversé une partie du cône d'ombre où pénétraient beaucoup moins de rayons réfractés par l'atmosphère terrestre.

» Il y a tout un programme d'intéressantes études à faire actuellement pendant les éclipses totales de Lune; mais ces études demandent que, pendant la production du phénomène, le ciel reste très pur, et c'est ce qui arrive rarement en un même point du globe pour une succession d'éclipses embrassant une période un peu longue permettant un ensemble d'études. Il est donc très désirable que les astronomes-physiciens qui sont actuellement répartis sur les principales régions du globe veuillent bien ne pas négliger des observations qui peuvent conduire à de très importants résultats, touchant la constitution de notre atmosphère.

» Ces observations se rapportent principalement à la photographie et à l'analyse spectrale.

» La photométrie photographique peut nous instruire sur la quantité de lumière que le globe lunaire nous envoie quand il est placé en un point déterminé du cône d'ombre et, par suite, nous faire connaître les effets de réfraction et d'absorption de l'atmosphère terrestre, pour les régions de cette atmosphère qui prennent part au phénomène.

» En même temps, l'analyse de cette lumière complétera et éclairera ces premières indications.

» Je crois qu'on pourrait tirer de ces observations, bien conduites, de précieuses lumières sur la constitution des hautes régions de l'atmosphère terrestre, encore si mal connue.

» Il est, en outre, une question relative à la constitution du spectre de bandes de l'oxygène, qui peut être très utilement abordée ici.

» Les bandes du spectre de l'oxygène se retrouvent dans le spectre solaire, au lever et au coucher de cet astre, et il y a là une des preuves les plus manifestes que ces bandes, d'abord découvertes à l'aide de colonnes gazeuses d'oxygène, ne sont pas dues à des impuretés ou à de petites quantités de gaz étrangers; mais, pour certaines d'entre elles, la manifestation même à l'horizon est assez difficile. Or, comme la lumière solaire qui pénètre dans le cône d'ombre pendant les éclipses totales de Lune a traversé une épaisseur atmosphérique double de celle que traverse pour

nous cette lumière au lever ou au coucher du Soleil, elle sera très propre à mettre en évidence ces bandes de difficile production.

» Il y aura seulement à lutter ici contre la faiblesse de cette lumière réfléchie alors par le globe lunaire. Il faudra donc employer des dispositifs optiques donnant beaucoup de lumière.

» Je n'insiste pas davantage aujourd'hui. J'aurai peut-être l'occasion de revenir sur cet intéressant sujet. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur les pertes d'azote entraîné par les eaux d'infiltration.* Note de M. Schlœsing.

« Parmi les questions dont l'étude exige des dosages d'acide nitrique dans les eaux, il en est une qu'on a peu étudiée jusqu'à ce jour, et qui cependant ne manque pas d'intérêt : c'est la question de la déperdition moyenne, par hectare, de l'azote entraîné par les eaux d'infiltration traversant une très grande étendue de territoire.

» On a publié un grand nombre d'analyses d'eaux de drainage; dernièrement, notre confrère, M. Dehérain, à la suite d'importantes recherches poursuivies dans les champs de Grignon et dans ses cases de végétation, insistait sur l'utilité des cultures d'automne, pour l'emploi de nitrates qui, sans elles, sont entraînés par les pluies de l'arrière-saison. Mais ses déterminations, comme la plupart de celles que nous connaissons, ont été obtenues dans des cas particuliers, où la nitrification est plus active que dans nos terres en place; M. Dehérain n'a pas manqué de le faire observer, en sorte qu'on ne peut pas en déduire une réponse à la question posée au début de cette Note.

» Ce sont les rivières, drains naturels où aboutissent les eaux d'infiltration, qui reçoivent en définitive l'azote ravi à la terre végétale, et c'est dans leurs eaux qu'il convient, me semble-t-il, de le chercher, si l'on s'en tient aux pertes d'azote dues exclusivement aux eaux infiltrées, en négligeant celles qui peuvent résulter du ruissellement des eaux pluviales à la surface des sols.

» La recherche se réduit à celle de l'acide nitrique. En effet, bien que les eaux d'infiltration, à leur sortie de la couche végétale, emportent, outre les nitrates, des matières organiques qui les colorent en jaune et parfois des traces d'ammoniaque, ces composés sont brûlés et leur azote est nitri-

fié, après un certain trajet dans les profondeurs du sol, pourvu que les eaux ne soient pas absolument dépourvues de bicarbonate de chaux, et qu'elles trouvent en elles ou dans le sol l'oxygène nécessaire ; c'est le cas général, puisque les eaux de source et les nappes souterraines sont presque toujours incolores et oxygénées.

» Dans certaines circonstances l'oxygène fait défaut; par exemple, quand les eaux traversent des terrains réducteurs où abondent les matières organiques, ou bien des formations géologiques à minéraux oxydables, comme il arrive pour les eaux des puits de Grenelle et de Passy, dans lesquelles Peligot n'a trouvé ni oxygène, ni nitrates, et qui contiennent, au contraire, du bicarbonate ferreux. Mais ces circonstances sont exceptionnelles, et il est permis de n'en pas tenir compte, lorsqu'on ne cherche sur les pertes d'azote par les eaux qu'une première approximation.

» J'admets donc que les nitrates ne subissent pas de déchet sensible pendant leur trajet dans les terrains. Mais il n'en est plus ainsi quand ils sont parvenus dans les rivières : ils y deviennent l'aliment des tourbes, des plantes qui garnissent leur fond et leurs bords et des algues qui vivent dans leurs eaux. Il s'en fait ainsi, par la végétation aquatique, une consommation qui n'est probablement pas négligeable, mais que l'on n'a pas cherché à évaluer.

» Pour éviter cette cause d'incertitude, il faudrait déterminer l'acide nitrique dans les eaux souterraines au moment où elles se déversent dans les rivières.

» En attendant que la question des pertes d'azote par les eaux d'infiltration soit traitée avec la précision désirable, il est possible de lui apporter d'utiles contributions par des mesures obtenues en certains cas particuliers où l'influence de la végétation aquatique peut être négligée, par exemple pendant une période de froid rigoureux, comme celle que nous venons de traverser. Après plusieurs semaines, pendant lesquelles la température s'est maintenue bien au-dessous de zéro, on pouvait être assuré que nos rivières ne recevaient aucun apport d'eau de ruissellement, et s'alimentaient uniquement par des eaux souterraines provenant des infiltrations de la pluie dans les sols. On était également en droit de penser que la végétation aquatique bien allanguie, sinon suspendue, ne consommait guère de nitrates. Ainsi l'occasion se présentait, et je l'ai saisie avec empressement, de doser l'acide nitrique dans les cours d'eau, avec l'assurance d'obtenir les titres nitriques moyens des eaux d'infiltration de leurs bassins.

» J'ai opéré sur l'eau de Seine, prise en trois points : à Paris, en aval du pont des Invalides; à Charenton, au-dessus de la Marne; à Montereau, au-dessus de l'Yonne;

» Sur l'eau de la Marne, prise en amont de son confluent avec la Seine;

» Sur l'eau de l'Yonne, prise aussi en amont de son confluent;

» Sur l'eau de l'Oise, prise à Pontoise.

» J'ai aussi déterminé l'acide nitrique dans les trois eaux de source qui alimentent Paris : la Vanne, la Dhuis, l'Avre.

» Les dosages ont été faits sur 4^lit; ils sont rapportés à 1^lit dans le Tableau suivant :

Eau de Seine.

	Dates des prises.	Acide nitrique dans 1^lit.	Azote équivalent.
		mgr	mgr
Paris..............	9 février	8,08	2,09
»	13 »	8,88	2,31
»	19 »	8,67	2,25
»	23 »	8,71	2,26
Montereau.........	16 »	7,66	1,99
»	27 »	8,04	2,08
Charenton..........	15 »	9,84	2,55
»	28 »	10,59	2,75

» Boussingault avait déduit un titre moyen de 6^mgr d'acide nitrique, de 11 déterminations faites dans l'eau de Seine prise à Paris entre le 29 novembre 1856 et le 21 janvier 1857. Le titre moyen fourni par les chiffres précédents est sensiblement plus élevé.

Eau de la Marne.

	Dates des prises.	Acide nitrique dans 1^lit.	Azote équivalent.
		mgr	mgr
Charenton.........	14 février	9,01	2,34
»	28 »	7,80	2,02

Eau de l'Yonne.

Montereau.........	16 »	8,54	2,21
»	27 »	9,73	2,52

Eau de l'Oise.

Pontoise...........	19 février	10,68	2,78
»	1er mars	9,38	2,43

Eaux des sources amenées à Paris.

Eau de Vanne.......	4 mars	10,08	2,61
» Dhuis.......	8 mars	11,03	2,86
» Avre........	7 mars	11,87	3,08

» Ce qu'il y a de plus remarquable dans ce Tableau, c'est l'uniformité des titres nitriques, du 14 au 28 février, de la Seine et de ses trois affluents principaux. Par conséquent, dans leurs quatre bassins, les eaux souterraines avaient alors à peu près un même titre moyen. Cependant, les débits de ces eaux ont varié, comme on va le voir, pour le moins dans le rapport de 2 à 1.

» M. G. Lemoine, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, savant bien connu de l'Académie, a bien voulu calculer les débits des quatre rivières les jours où les prises pour analyse ont eu lieu. Je lui en adresse ici mes plus vifs remercîments.

» Pour les débits de la Seine à Paris, le niveau des eaux ayant été relevé par des embâcles et accumulations de glace, les formules en usage n'ont pu être appliquées.

» Les débits à Montereau, ceux de la Marne, de l'Yonne et de l'Oise, aux points de leurs cours déjà indiqués, ont pu être calculés avec une approximation suffisante pour l'usage que j'en désirais faire; les voici :

Seine, en amont de l'Yonne...	16 février.....	80 mc	
	27 »	30	
Yonne.....................	16 »	30	
	27 »	»	(barrage relevé en amont)
Marne.....................	14 »	120	
	28 »	55	
Oise.......................	19 »	167	
	1er mars......	96	

» Quel que soit le degré d'exactitude de ces mesures, il demeure certain que les débits des quatre rivières ont baissé de plus de moitié du 14 au 28 février; cependant les eaux souterraines ont conservé un titre nitrique à peu près constant, comme si leur constitution chimique avait été indépendante de leurs débits. Nous savons déjà que les titres hydrométriques des sources et nappes souterraines importantes ont une certaine fixité, malgré les variations incessantes de la tension du gaz carbonique dans la couche végétale, et celles qui en résultent dans la teneur des eaux d'infiltration en bicarbonates terreux; mais ces variations s'éteignent dans les réservoirs souterrains comme dans de vastes régulateurs. Il en doit être pour les nitrates de même que pour les bicarbonates : c'est un point sur lequel il sera facile d'être fixé par l'examen suivi de quelques sources bien choisies.

» Je terminerai cette Note en présentant des estimations des pertes d'azote des sols, déduites des dosages énumérés ci-dessus. Ces estimations devront être évidemment rectifiées, à mesure que se préciseront les renseignements sur les quantités d'acide nitrique contenues dans les eaux souterraines.

» La moyenne de tous mes dosages est de 9^{mgr}, 33 acide nitrique dans 1 litre, correspondant à 2^{mgr}, 42 d'azote.

» Admettons que ce nombre de 2^{mgr}, 42 soit le titre moyen d'azote dans les eaux d'infiltration qui traversent les sols pendant une année.

» On sait que la hauteur moyenne des pluies dans le bassin de la Seine est, en nombre rond, de 700^{mm}; mais on n'est pas fixé sur la fraction de cette hauteur qui traverse la couche végétale; d'après les observations de divers auteurs, elle serait comprise entre $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$ de la hauteur totale des pluies.

» Si la tranche d'eau qui s'infiltre dans le sol est de $\frac{1}{6}$ de 700^{mm}, un hectare est traversé par 1167^{mc} d'eau, et perd 2^{kg}, 8 d'azote.

» Si la tranche d'eau est de $\frac{1}{4}$ de 700^{mm}, le nombre de mètres cubes traversant un hectare est de 1775, et la perte s'élève à 4^{kg}, 29.

» Enfin, si la tranche atteint le $\frac{1}{3}$ de 700^{mm}, le nombre de mètres cubes d'eau d'infiltration est de 2333, et le sol perd 5^{kg}, 65 d'azote.

» Il convient d'augmenter dans le rapport de 3 à 2 les quantités d'azote que je viens d'indiquer. En effet, $\frac{1}{3}$ du bassin de la Seine est occupé par des bois, des prairies, des landes, etc., qui fournissent bien peu d'acide nitrique aux eaux d'infiltration, et il est juste de n'attribuer les pertes de cet acide qu'aux terres labourées et aux vignes qui s'étendent sur les deux autres tiers. Les quantités d'azote calculées ci-dessus dans trois hypothèses sont, après cette correction, de 4^{kg}, 2, 6^{kg}, 44 et 8^{kg}, 48.

» Ces quantités d'azote sont bien moindres que ne le laissent supposer les dosages d'acide nitrique dans les eaux de drainage qui ont été publiés : un à deux mois d'exposition à l'air d'une terre nue et humide suffisent, d'après nos recherches sur l'absorption de l'ammoniaque aérienne par les sols, pour les balancer. Mais, en pareille matière, toute conclusion ferme serait prématurée ; les calculs que je viens de présenter n'ont d'autre prétention que de fournir une première et grossière approximation.

» Je ne puis cependant m'empêcher de les trouver rassurants; les pertes d'azote par les eaux d'infiltration ne doivent pas être aussi importantes qu'on le pense. Elles se répartissent très inégalement dans nos campagnes : la nitrification est sous la dépendance de la matière organique, active ou lente, selon la proportion de cette matière, en sorte que la perte d'azote est comme un impôt proportionnel, qui pèse peu sur les terres pauvres et ne grandit qu'avec la richesse des champs. »

CHIMIE ANIMALE. — *Analyse des coquilles d'Huîtres*; par MM. A. Chatin et A. Muntz.

« Nos études chimiques (¹) sur l'Huître elle-même demandaient, comme complément, des recherches correspondantes sur sa coquille : c'est l'objet de la présente étude.

» L'analyse des coquilles d'Huîtres par Vauquelin remontant au commencement du siècle (²), il y avait lieu d'espérer, étant donnés les progrès réalisés dans les méthodes de recherches, non seulement que le sujet pourrait être utilement repris, mais que peut-être les nouvelles études jetteraient quelque lumière sur d'anciennes pratiques médicales et agricoles. Cet espoir n'a pas été complètement déçu.

» Avec l'exact Vauquelin, reprenant des observations sommaires auxquelles s'était associé Fourcroy, nous avons reconnu dans les écailles d'Huîtres la présence du carbonate de chaux qui en forme la base, de la magnésie, du fer et du phosphate de chaux, composés que nous avons appréciés, non plus seulement par des aperçus qualificatifs, mais par la balance.

» Nous avons, en outre, isolé et dosé les corps suivants : azote, soufre d'origines diverses (sulfates, sulfures, matières animales), silice, manganèse, fluor, brome, iode.

» Les divers composants des coquilles ont fourni, pour 100 parties, les moyennes ci-après :

» *Azote*, faisant partie de la trame organique des coquilles (gluten animalisé de Vauquelin), $0^{gr},01$;

» *Silice*, appartenant surtout à la couche nacrée, $0^{gr},07$;

» *Soufre*, à l'état d'acide sulfurique, $0^{gr},15$, plus soufre à l'état de sulfure ou faisant partie de la trame animalisée de la coquille, $0^{gr},02$;

» *Magnésie*, $0^{gr},4$;

» *Manganèse*, $0^{gr},012$. Le manganèse apparaît souvent, dans l'attaque des coquilles par les acides, sous forme d'une jolie teinte rose;

» *Fer*, $0^{gr},025$; sa proportion n'est que deux fois celle du manganèse;

» *Matière animale*. Elle forme un réseau dans lequel se déposent les composés

---

(¹) Chatin et Muntz, *Comptes rendus*, t. CXVIII.

(²) Vauquelin, *Annales de Chimie*, t. LXXXI, année 1812.

minéraux, et reste, après le traitement par les acides, sous la forme d'une membrane continue très délicate, gardant la forme de la coquille [1];

» *Fluor*. Sa proportion, qui l'emporte de beaucoup sur celle du brome, et plus encore sur celle de l'iode, est d'environ $0^{gr},020$;

» *Brome*. Il dose à peu près $0^{gr},005$;

» *Iode*. Sa proportion, $0^{gr},003$, est à peu près $\frac{1}{6}$ de celle du fluor;

» Quant au *chlore*, ce chef de la famille des Chloridés, si abondant dans les eaux de la mer, il n'y en a pas trace dans les coquilles; fait qui s'explique par l'extrême solubilité, allant jusqu'à la déliquescence, du chlorure de calcium.

» Les proportions, si notablement différentes entre elles, du fluor, du brome et de l'iode, sont d'ailleurs en rapport avec le degré de fixité, très différent aussi, des composés calciques et magnésiques de ces corps, les iodures de calcium et de magnésium, de tous les plus instables, étant même facilement décomposés par le faible acide carbonique, ce qui, soit dit en passant, donne l'explication des hypothèses erronées de Bouchardat et du Dr Grange, attribuant le développement du goître, le premier, aux eaux séléniteuses (puits du Soissonnais, etc.); le second aux eaux magnésiennes (Villars-le-Goîtreux, etc.); la vérité étant qu'eaux séléniteuses et magnésiennes ne retiennent que peu ou point d'iode.

» *Acide carbonique*. Complémentaire de la chaux et de la magnésie, il entre dans les coquilles pour $\frac{45}{100}$ à $\frac{48}{100}$.

» *Acide phosphorique*. Sa proportion, comprise entre $0^{gr},03$ et $0^{gr},04$ dans les Huîtres communes (*Ostrea edulis*) des provenances les plus diverses, ayant été trouvée de $0^{gr},075$ chez une Huître portugaise (*Gryphea angulata*) d'Arcachon, il nous parut nécessaire de contrôler un fait qui pouvait n'être qu'accidentellement exceptionnel.

» De nouvelles recherches portant sur des Huîtres portugaises, les unes d'origine inconnue, achetées sur le marché de Paris, les autres tirées d'Oléron, ayant fourni des dosages encore un peu plus élevés ($0^{gr},088$ et $0^{gr},089$) que celui donné par le mollusque d'Arcachon, il appert bien que l'Huître portugaise est au moins deux fois plus riche en phosphore que l'Huître commune. Or, cette différence se maintenant dans les deux mollusques élevés dans un même lieu, il faut bien admettre dans l'Huître de Portugal une sorte d'affinité élective spéciale, quant au phosphore. Si ce qui est constaté pour les coquilles se retrouve dans la chair elle-même, nul doute qu'il n'y ait là une indication dont l'hygiène alimentaire aura à tenir compte [2].

---

(1) Cette membrane est mise par les auteurs sous les yeux de l'Académie.

(2) Nos recherches se poursuivent dans cette direction.

» Nous avons réuni dans le Tableau suivant les résultats de nos analyses.

Coquilles d'Huîtres, pour 100 de matière sèche.

	Azote.	Silice.	CaO.	PhO⁵.	SO³,HO.	MgO.	Fe.
Santander	0,14	1,60	51,86	0,044	1,004	0,368	0,030
Portugaises d'Arcachon	0,09	0,66	49,28	0,074	0,922	0,434	0,011
Le Croisic	0,13	0,96	48,44	0,042	0,922	0,344	0,033
Carnac	0,05	0,78	50,01	0,028	0,948	0,340	0,037
Marennes	0,11	0,72	49,78	0,019	0,885	0,404	0,018
Sables-d'Olonne	0,12	0,72	50,51	0,038	0,779	0,396	0,016
Saint-Jean-de-Luz	0,11	0,86	50,06	0,054	0,938	0,476	0,027
Cancale (1er envoi)	0,09	0,44	53,70	0,054	0,842	0,570	0,018
Arcachon	0,13	0,78	50,18	0,048	0,842	0,418	0,022
Roscoff	0,13	0,70	50,10	0,054	0,910	0,475	0,025
Portugaises, origine inconnue	»	»	»	0,088	»	»	»
» d'Oléron	»	»	»	0,089	»	»	»

	Mn.	Soufre à l'état de sulfure.	Matières organiques.	Fl.	I.	Br.	Acide carbonique, etc., etc.
Santander	0,010	0,015 à 0,020	0,90 à 1,00	0,015 à 0,020	0,003 environ	0,005 environ	43,950
Portugaises d'Arcachon	0,011	»	»	»	»	»	47,524
Le Croisic	0,013	»	»	»	»	»	48,122
Carnac	0,012	»	»	»	»	»	46,801
Marennes	0,015	»	»	»	»	»	47,105
Sables-d'Olonne	0,009	»	»	»	»	»	46,468
Saint-Jean-de-Luz	0,015	»	»	»	»	»	46,516
Cancale (1er envoi)	0,013	»	»	»	»	»	43,329
Arcachon	0,017	»	»	»	»	»	46,619
Roscoff	0,015	»	»	»	»	»	46,520

» Une remarque qui se présente d'elle-même, c'est que certains des résultats analytiques consignés dans le Tableau ci-dessus donnent, au moins dans quelque mesure, l'explication de l'emploi des écailles d'Huîtres en agriculture et dans l'ancienne thérapeutique.

» En agriculture, le gros apport de chaux, si approprié aux terres siliceuses, n'est pas chose négligeable, et il en est de même de l'acide phosphorique, dont la quantité s'élève jusqu'à $0^{gr},090$ dans l'Huître portugaise, mollusque aujourd'hui de très grande consommation et de reproduction si envahissante, parfois au grand détriment de l'*Ostrea edulis*, qu'on aurait tout avantage à la laisser librement multiplier sur les côtes granitiques des presqu'îles bretonne et normande, au seul point de vue de l'amélioration des terres.

» Quant à savoir si l'on devra employer les coquilles brutes, encore pourvues de leur matière azotée, mais à lente décomposition ou les coquilles réduites par la calcination à leurs éléments minéraux, d'action rapide, c'est là question de temps et de lieux.

» Relativement à d'anciennes pratiques médicales, la présence de l'iode, de l'acide phosphorique et du brome n'est pas sans jeter sur plusieurs d'entre elles quelque jour.

» La proportion de l'iode, supérieure à celle qui existe dans certaines eaux minérales reconnues efficaces pour la cure du goître, justifie l'emploi fait des coquilles d'Huîtres calcinées, par divers médecins, et notamment par le praticien Gendrin contre cette affection. Gendrin supposait, et nos analyses donnent raison à ses prévisions, que les coquilles d'Huîtres contiennent de l'iode (1).

» L'emploi de ces coquilles par la vieille médecine, dans le rachitisme, trouve aussi sa raison d'être dans l'iode, et surtout dans le phosphore, peut-être aussi dans le fluor, élément des os.

» Ambroise Paré (2) faisait appliquer la poudre des écailles d'Huîtres sur les bubons pestilentiels, et Paul d'Égine (3) la recommandait contre les mauvais ulcères. Ne peut-on rapporter à l'iode les bons effets de ces pratiques?

» A noter encore que les coquilles d'Huîtres calcinées qui entrent dans tous les remèdes des empiriques contre la rage (guérisseurs de Viroflay, etc.) renferment à la fois du brome, anti-nerveux de premier ordre, et de l'iode, énergique microbicide.

» Quant au fluor, il sollicite l'expérimentation des physiologistes. »

ARITHMÉTIQUE. — *Démonstration d'un théorème sur les nombres entiers.* Note de M. DE JONQUIÈRES.

« Dans une Communication récente (4), j'ai dû, faute d'espace, omettre la démonstration de la propriété nouvelle des nombres entiers dont j'avais à faire usage pour établir un théorème concernant les déterminants potentiels; je viens aujourd'hui la faire connaître. Il s'agit de prouver que :

» THÉORÈME. — *Si $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ sont n nombres entiers différents, le*

---

(1) GENDRIN, *Journal général de Médecine*, t. CV, p. 124.
(2) AMBROISE PARÉ, Livre XX, Chap. XXVII.
(3) PAUL D'ÉGINE, Lib. IV, Cap. XL.
(4) Voir *Comptes rendus*, t. CXX, p. 408.

produit $\Pi(a)$ *de tous ces nombres, multiplié par le produit* $\Pi(a_i - a_j)$ *de leurs différences deux à deux, est un multiple* λ *du produit des n premiers nombres* 1, 2, 3, ..., *u, multiplié par le produit de leurs différences deux à deux, c'est-à-dire est égal à* $\lambda(1^n . 2^{n-1} . 3^{n-2} . \ldots . \overline{n-2}^3 . \overline{n-1}^2 . n^1)$.

» Pour démontrer ce théorème, il est nécessaire et il suffit de faire voir que la plus haute puissance d'un nombre premier p contenue dans le deuxième double produit est comprise dans le premier.

» Or, pour chercher la plus haute puissance de p contenue dans un produit de facteurs, il suffit de chercher : le nombre m_1 des facteurs multiples de p^1, puis le nombre m_2 des facteurs multiples de p^2, le nombre m_3 des multiples de p^3..., etc. L'exposant le plus haut de p dans le produit est la somme $m_1 + m_2 + m_3 + \ldots$, etc.

» Le théorème sera démontré si l'on prouve que le nombre m_q (q quelconque) des multiples de $p^q \gtreqless n$ est plus grand dans le premier double produit que dans le second, ou au moins égal; car alors la somme $m_1 + m_2 + m_3 + \ldots$, etc., sera plus grande dans le premier double produit que dans le second, ou au moins égale.

» Pour compter le nombre des multiples de p^q contenu dans les deux doubles produits, disposons, comme ci-dessous, deux Tableaux I et II, formés chacun de p^q colonnes ayant, respectivement, pour titres les p^q restes possibles de la division par p^q, et inscrivons dans le Tableau I tous les restes de la division des n premiers nombres par p^q, et dans le Tableau II ceux de la division des n nombres donnés, *en ayant soin* (pour une raison dont on se rendra compte ci-après) *de laisser la case* ZÉRO *vide dans la première ligne de chaque Tableau.*

I.

TITRES	0	1	2	....	R	....	p^q-1
1re ligne.....		1	2	......	R	....	p^q-1
2e ligne.....	0	1	2	......	R	....	p^q-1
3e ligne.....	0	1	2	......	R	....	p^q-1
....				......		....	
....				......		....	
Qième........	0	1	2	......	R	....	p^q-1
$\overline{Q+1}$ième ligne	0	1	2	......	R		

II.

TITRES	0	1	2	3	....	R	....	p^q-1
1re ligne.....	.	1	2	3	......	R	....	p^q-1
2e ligne.....	0	1	2	3	......	R	....	p^q-1
3e ligne.....	0	1	2	3	......		....	
4e ligne.....	0	1		3	......		....	
....					......		....	
Qième ligne...	0	1		3	......		....	
$\overline{Q+1}$ième ligne	0	1		3	......		....	
$\overline{Q+2}$ième ligne	0	1		3	......		....	
$\overline{Q+3}$ième ligne	.	1		.	......		....	

» Si l'on désigne par Q la partie entière du quotient de n par p^q, et par R le reste de la division, le Tableau I contiendra Q lignes remplies (toutes pareilles sauf le zéro qui manque à la première ligne), et une $Q+1^{\text{ième}}$ ligne incomplète commençant par zéro et finissant par R.

» Dans le Tableau II le nombre *total* des restes sera le même que dans le premier, c'est-à-dire n, mais ils y seront répartis différemment : certaines colonnes seront surchargées, aux dépens d'autres moins remplies que dans le Tableau I, le nombre des *manque* étant égal à celui des *excédents*.

» Or, pour avoir le nombre total des multiples de p^q dans chaque double produit, il suffira de compter, dans chaque Tableau, le nombre des zéros et d'ajouter à ce premier résultat le nombre des combinaisons deux à deux des restes dans chaque colonne, y compris la première, puisque chaque colonne ne concerne que des restes congrus entre eux (module p^q). Il suffit donc enfin de montrer que ce nombre total sera moindre, ou au plus égal, dans le Tableau I que dans le Tableau II.

» On voit aisément que, chaque fois qu'on supprime un reste *au bas* d'une colonne et qu'en même temps on en ajoute un *au bas* d'une colonne moins chargée que celle-là, on diminue le nombre total des multiples de p^q, indiqué par le Tableau, d'autant d'unités que le reste ainsi déplacé (numériquement) a gagné de rangs vers le haut.

» En effet, si A est le *rang* du reste *supprimé*, on supprime $A-1$ combinaisons deux à deux dans la colonne dont il faisait partie, sauf dans la première; et, s'il appartenait à celle-ci, on y supprime un multiple de p^q et seulement (*à cause du vide de la première case qui y occupe le premier rang*) $A-2$ différences; on a donc, dans les deux cas, supprimé $A-1$ multiples de p^q, et amoindri d'autant le total de ceux-ci.

» Si B est le rang du reste *ajouté* au bas d'une colonne, on ajoute $B-1$ combinaisons deux à deux, si la colonne n'est pas la première, et, s'il s'agit de la première colonne, on y ajoute seulement $B-2$ combinaisons, mais, en sus, un multiple de p^q. Dans les deux cas, on accroît donc de $B-1$ le nombre total de ces multiples.

» Or, en déchargeant successivement les colonnes surchargées et en reportant des restes, en *nombre égal*, dans celles qui présentent des déficits, opérations pour chacune desquelles on a, par leur nature même, $A-B>0$, on arrivera nécessairement à remplir les cases comprises dans les Q premières lignes du Tableau II, et à obtenir, dans celui-ci comme dans le Tableau I, $R+1$ restes dans la $\overline{Q+1}^{\text{ième}}$ ligne, avec un vide au premier rang de la première case.

» Alors, d'après ce qui a été dit plus haut, pour toute permutation nouvelle (désormais horizontale) on aura $A = B$. Par suite, le nombre total des multiples sera devenu, après ces déplacements successifs, le même dans les deux Tableaux, et, par conséquent, il était, à l'origine, plus grand dans le second que dans le premier, ou tout au moins égal si aucun déplacement de *bas en haut* n'a été nécessaire [1].

» Le théorème est donc démontré [2].

» *Corollaire.* — Si les n nombres donnés, au lieu d'être quelconques, sont consécutifs à partir de a, leurs différences deux à deux sont les mêmes que celles des n premiers nombres. Par suite, le produit de celles-ci disparaît dans les deux membres de l'égalité par laquelle se formule le théorème général, et il reste simplement la relation

$$\prod_{a_n}^{a_1}(a) = \lambda \prod_{n}^{1}(a),$$

c'est-à-dire : *Le produit de n nombres entiers consécutifs est un multiple entier du produit des n premiers nombres*, proposition bien connue, qui n'est qu'un cas particulier du théorème ci-dessus. »

---

(1) Il y a, en effet, une infinité de cas où le produit $\Pi(a)\,\Pi(a-b)$ ne contient *exactement* que le nombre des facteurs $p^q \overline{\gtrless} n$ requis par la formule

$$\lambda\left(n^1.\overline{n-1}^2\ldots 3^{n-2}.2^{n-1}\right),$$

et quand *l'un* de ces cas se présente, on en tire une infinité d'autres, par des considérations de congruences qui ne peuvent trouver place ici. Par exemple, pour $n = 6$, on a, les nombres donnés a, b, c, d, e, f étant 1, 2, 7, 14, 93, 211 :

$$\Pi(a)\,\Pi(a-b) = \lambda(6^1.5^2.4^3.3^4.2^5),$$

où λ ne contient aucun des facteurs premiers 2, 3, 5. On en conclut qu'il en est de même pour tous les groupes de six nombres que renferment les formes *simultanément associées :*

$$(180\mu+1,\ 180\mu+2,\ 180\mu+7,\ 180\mu+14,\ 180\mu+93,\ 180\mu+211),$$

où μ peut recevoir toute valeur entière $\overline{\gtrless} 0$. Etc. J'ai, à ce sujet, un théorème général que je ferai connaître ailleurs.

(2) Cette démonstration appartient à notre confrère M. Guyou. Prenant comme point de départ le principe sur lequel reposait la mienne (que je lui avais communiquée avec l'énoncé du théorème), il en a tiré celle qu'on vient de lire, dont la simplicité, l'élégance et la généralité ne laissent rien à désirer, et qui, par conséquent, doit subsister seule.

ASTRONOMIE. — *Observations de la planète* BP (*M.* Wolf, 23 *février* 1895), *faites au grand équatorial de l'observatoire de Bordeaux par MM.* G. Rayet *et* L. Picart. Note de M. G. Rayet.

Planète BP.

Dates 1895.	Étoile.	Temps sidéral de Bordeaux.	Δα planète.	ΔⱣ planète.	Observ.
		h m s	m s	′ ″	
Février 27.....	1	9.33.15,28	—1.26,26	+6.24,44	G. Rayet
28.....	2	6.34.13,34	—2.14,69	+5.32,42	L. Picart
Mars 1.....	3	6.49.45,13	—1.47,84	—2.49,63	L. Picart
2.....	4	10. 6.32,16	—2.51,39	—3.57,61	G. Rayet
4.....	5	9.16. 3,80	—4.40,79	—5.46,51	L. Picart

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1895,0.

Étoile.	Catalogue et autorité.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
1....	Weisse, H. X, n° 1006	10.58.15,70	+2,06	80.42.18,7	+9,63
2....	Weisse, H. X, n° 1006	10.58.15,70	+2,07	80.42.18,7	+9,67
3....	Paris, n° 13509	10.56.52,63	+2,08	80.49.47,5	+9,61
4....	Paris, n° 13509	10.56.52,63	+2,09	80.49.47,5	+9,66
5....	Paris, n° 13509	10.56.52,63	+2,10	80.49.47,5	+9,71

Positions apparentes de la planète BP.

Dates 1895.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Février 27...	11. 3. 9,7	10.56.51,50	$-\bar{1}$,185	80.48.52,8	—0,718
28...	8. 0.41,3	10.56. 3,08	$-\bar{1}$,591	80.48. 0,8	—0,761
Mars 1...	8.12.14,6	10.55. 6,87	$-\bar{1}$,574	80.47. 7,5	—0,755
2...	11.24.23,7	10.54. 3,33	$-\bar{2}$,947	80.45.59,6	—0,714
4...	10.26.21,6	10.52.13,94	$-\bar{1}$,279	80.44.10,7	—0,721

» La planète est de 12ᵉ grandeur. »

PHYSIQUE. — *Volumes des sels dans leurs dissolutions aqueuses.* Note de M. Lecoq de Boisbaudran.

« On sait qu'en étendant d'eau une solution saline aqueuse, on observe une diminution du volume total. M. Charpy a dernièrement confirmé la généralité de cette règle ([1]). Il résulte évidemment de là que le volume occupé par un poids donné de sel est d'autant plus grand que la solution est plus concentrée, si l'on attribue un volume constant à l'eau.

» Dans les conditions où l'on paraît s'être placé jusqu'ici, c'est-à-dire en observant depuis une dilution infinie jusqu'à la saturation par le sel en présence d'un excès de celui-ci, on a trouvé, qu'à l'exception de quelques sels ammoniacaux, tous les sels minéraux donnent une contraction par dissolution dans l'eau. M. Charpy, qui a soigneusement et beaucoup étudié la question, dit, en effet, dans son Mémoire de 1893 : « Ce sel » (AzH^4Cl) et quelques autres composés ammoniacaux, sont les seuls » corps pour lesquels la dissolution soit accompagnée d'une augmentation » du volume total ([2]). »

» L'acétate de soude ([3]) me semble former comme un terme de passage entre le chlorhydrate d'ammoniaque et la généralité des autres sels minéraux ; j'espère présenter bientôt à l'Académie le résultat de mes observations sur ce sujet.

» Il m'a paru qu'en poussant la concentration des liqueurs plus loin qu'on ne peut le faire en présence d'un excès du sel solide étudié, on obtiendrait bien souvent des dilatations par dissolution et, par suite, des contractions par cristallisation. Aussi, ai-je examiné des solutions sursaturées par rapport aux sels que je désirais étudier.

» Tous les sels que j'ai examinés de cette façon donnent à la température ordinaire une contraction par cristallisation ; à l'exception pourtant du sulfate de soude à 10 Aq, lequel a toujours produit une dilatation.

» L'acétate de soude ($NaC^2H^3O^2 + 3Aq$) donne une très grande contraction en cristallisant d'une solution sursaturée.

([1]) *Annales de Chimie et de Physique,* mai 1893, p. 29.

([2]) *Annales de Chimie et de Physique*, mai 1893, p. 29.

([3]) Ce sel dérive, il est vrai, d'un acide organique, mais cela est sans importance au point de vue de la présente recherche.

» L'hyposulfite de soude ($Na^2S^2O^3 + 5Aq$) et le monosulfure de sodium ($Na^2S + 9Aq$) se contractent beaucoup en cristallisant de leurs solutions très sursaturées.

» Le carbonate de soude ($Na^2CO^3 + 10Aq$) se contracte très notablement en cristallisant d'une solution très sursaturée.

» Le sulfate de magnésie ($MgSO^4 + 7Aq$ orthorhombique) se contracte sensiblement en cristallisant d'une solution très sursaturée. Mais le sel $MgSO^4 + 6Aq$ clinorhombique qui se forme spontanément dans cette solution s'y dépose en produisant une petite dilatation. Cela tient probablement à ce que la solution n'est pas alors suffisamment sursaturée, relativement à ce sel à 6Aq.

» L'alun d'ammoniaque et d'alumine à 24Aq donne une dilatation en cristallisant d'une solution déjà sensiblement sursaturée; mais, avec une solution très sursaturée, on obtient une notable contraction par cristallisation du sel à 24Aq. Dans la même liqueur, très sursaturée, il se forme, avec assez de facilité et spontanément, un sel dont je n'ai pas déterminé la composition. Le dépôt de ce sel est aussi accompagné d'une contraction, mais moins forte que celle produite par l'alun à 24Aq.

» L'azotate d'ammoniaque se contracte sensiblement en cristallisant d'une solution très sursaturée.

» J'ai aussi observé une certaine contraction en faisant cristalliser de l'azotate d'argent d'une solution très sursaturée.

» Le sulfate ferreux ($FeSO^4 + 7Aq$ clinorhombique) n'est pas très facile à obtenir à l'état de solution extrêmement sursaturée, vu la fréquente formation spontanée des cristaux mêmes qu'on étudie. Cependant, j'ai pu constater une sensible contraction pendant la cristallisation du sel ordinaire à 7Aq.

» Je n'ai pas réussi à préparer des solutions extrêmement sursaturées de sulfate de soude à 10Aq. Cette préparation est entravée, soit par la formation du sel anhydre, soit par celle des cristaux de Lœwel à 7Aq. Avec les solutions les plus sursaturées que j'aie pu obtenir, il y a toujours eu dilatation notable pendant la cristallisation du sel à 10Aq et cela, non seulement vers 15°, mais aussi à 31°,5, c'est-à-dire près du maximum de solubilité du sel à 10Aq.

» D'après ces observations, on voit que pour obtenir des solutions laissant cristalliser à leur sommet et non plus sur leur fond, des substances solides plus lourdes qu'elles, il faut prendre, comme substances *montantes*, des corps donnant une contraction notable par cristallisation en

solution sursaturée (dilatation par dissolution) et comme substances *auxiliaires*, des corps n'agissant pas chimiquement sur les substances montantes, non isomorphes avec elles (ou alors, de solubilités beaucoup plus grandes) et fournissant des solutions lourdes, de façon que la substance montante solide soit seulement un peu plus dense que la solution complexe.

» Il faut en effet que l'augmentation de poids produite par la dissolution de la substance montante soit compensée et au delà, par l'augmentation de volume de la solution lourde.

» Il est à remarquer qu'une substance A qui se dépose, par suite d'un petit abaissement de température, au sein d'une liqueur primitivement saturée de A et fortement chargée d'une autre substance B, non isomorphe avec A (ou de solubilité beaucoup plus grande), se trouve dans des conditions physiques un peu analogues à celles qui se réalisent, à la même température, si l'on fait cristalliser A de sa propre solution sursaturée. Dans les deux cas, A se sépare d'une liqueur très chargée de sel et on doit généralement alors obtenir, pour de faibles variations de la température, des contractions par dépôt et des dilatations par dissolution de A. Lors de la présence simultanée de A et de B et à l'instant de l'équilibre entre la solution et le solide A, comme A et B ne sont pas isomorphes, la substance A ne possède pas, à elle seule, une tension de cristallisation suffisante pour continuer de se déposer à l'état solide au contact de ses propres cristaux déjà formés, contrairement à ce qui arriverait si toute la matière dissoute appartenait à A.

» En partant de ces principes, j'ai obtenu l'ascension des quatre sels suivants (en outre de l'ascension du $Na^2S + 9Aq$, dont j'ai déjà entretenu l'Académie) [1] :

1°	Sel montant.....	Acétate de soude ($NaC^2H^3O^2 + 3Aq$).
	Sel auxiliaire....	Iodure de sodium.
2°	Sel montant.....	Hyposulfite de soude ($Na^2S^2O^3 + 5Aq$).
	» auxiliaire....	Iodure de sodium.
3°	Sel montant.....	Chlorhydrate d'ammoniaque
	» auxiliaire....	Iodhydrate d'ammoniaque.
4°	Sel montant.....	Carbonate de soude ($Na^2CO^3 + 10Aq$).
	» auxiliaire....	Iodure de potassium.

(1) On produira certainement bien d'autres ascensions analogues, soit avec des sels, soit avec d'autres substances quelconques.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le Tome CXVIII des *Comptes rendus* (1er semestre 1894) est en distribution au Secrétariat.

M. **Hale** adresse, de Chicago, ses remercîments à l'Académie, pour le prix Janssen qui lui a été décerné dans la dernière séance publique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la méthode de* M. Darboux *pour l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre*. Note de M. **E. Goursat**, présentée par M. Appell.

« Étant donnée une équation aux dérivées partielles du second ordre

$$F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0, \tag{1}$$

la méthode d'intégration de M. Darboux consiste à rechercher les *intégrales intermédiaires d'ordre supérieur au premier*, c'est-à-dire les équations qui admettent une infinité d'intégrales communes avec la proposée, dépendant d'une infinité de constantes arbitraires, sans les admettre toutes. S'il existe une intégrale intermédiaire dépendant d'une fonction arbitraire φ, telle que $u - \varphi(v) = 0$, on peut choisir cette fonction arbitraire de telle façon qu'une intégrale commune du système

$$F = 0, \qquad u - \varphi(v) = 0 \tag{2}$$

satisfasse à des conditions initiales données à l'avance, et la détermination de cette intégrale est ramenée à l'intégration d'un système d'équations différentielles ordinaires (E). Mais, en général, ce système (E) est variable avec la fonction φ elle-même et ne peut être intégré que si l'on a particularisé cette fonction, de sorte qu'il est impossible d'obtenir des formules pour représenter l'intégrale générale de l'équation proposée, où les fonctions arbitraires figurent explicitement. Il n'en est plus de même lorsque les deux systèmes de caractéristiques de l'équation (1) sont confondus; si l'équation admet une intégrale intermédiaire d'un ordre quelconque, renfermant une fonction arbitraire, il suffit d'intégrer un système *unique* d'équations différentielles ordinaires, pour pouvoir en déduire, sans aucune

intégration nouvelle, l'intégrale générale de l'équation (1), qui appartient alors à la *première classe* d'Ampère.

» Bornons-nous, pour fixer les idées, aux intégrales intermédiaires du second ordre. Soient m_1, m_2 les deux racines de l'équation

$$(3) \qquad \frac{\partial F}{\partial r} m^2 - \frac{\partial F}{\partial s} m + \frac{\partial F}{\partial t} = 0.$$

» Toute intégrale intermédiaire du second ordre V doit satisfaire aux deux équations simultanées

$$(4) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial r} m_1^2 - \dfrac{\partial V}{\partial s} m_1 + \dfrac{\partial V}{\partial t} = 0, \\ m_1 \left[\dfrac{\partial V}{\partial r} \left(\dfrac{dF}{dx} \right) - \dfrac{\partial F}{\partial r} \left(\dfrac{dV}{dx} \right) \right] = \dfrac{\partial F}{\partial t} \left(\dfrac{dV}{dy} \right) - \dfrac{\partial V}{\partial t} \left(\dfrac{dF}{dy} \right), \end{cases}$$

ou au système analogue obtenu en changeant m_1 en m_2; on a posé

$$\left(\frac{d}{dx} \right) = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} p + \frac{\partial}{\partial p} r + \frac{\partial}{\partial q} s,$$
$$\left(\frac{d}{dy} \right) = \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} q + \frac{\partial}{\partial p} s + \frac{\partial}{\partial q} t.$$

» Soit V une intégrale commune aux deux équations (4); les deux équations $F = 0$, $V = 0$ admettent une infinité d'intégrales communes que l'on peut obtenir par une méthode toute pareille à celle de Cauchy pour les équations du premier ordre [1]. Sur une surface intégrale considérons la famille de courbes qui satisfont à l'équation différentielle $dy = m_1\, dx$. Le long d'une courbe de cette famille, x, y, z, p, q, r, s, t sont des fonctions d'une seule variable qui satisfont aux équations différentielles

$$(5) \qquad \begin{cases} \dfrac{dx}{\dfrac{D(F, V)}{D(r, t)}} = \dfrac{dy}{m_1 \dfrac{D(F, V)}{D(r, t)}} = \dfrac{dz}{\dfrac{D(F, V)}{D(r, t)}(p + qm)} = \dfrac{dp}{\dfrac{D(F, V)}{D(r, t)}(r + sm)} = \dfrac{dq}{\dfrac{D(F, V)}{D(r, t)}(s + tm)} \\ \quad = \dfrac{dr}{\dfrac{\partial F}{\partial t}\left(\dfrac{dV}{dx}\right) - \dfrac{\partial V}{\partial t}\left(\dfrac{dF}{dx}\right)} = \dfrac{ds}{\dfrac{\partial F}{\partial t}\left(\dfrac{dV}{dy}\right) - \dfrac{\partial V}{\partial t}\left(\dfrac{dF}{dy}\right)} = \dfrac{dt}{m_1 \left[\dfrac{\partial V}{\partial r}\left(\dfrac{dF}{dy}\right) - \dfrac{\partial F}{\partial r}\left(\dfrac{dV}{dy}\right) \right]}. \end{cases}$$

» Désignons par $d\lambda$ la valeur commune des rapports précédents et soit

$$(6) \qquad x = f_1(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0, r_0, s_0, t_0; \lambda), \quad \ldots, \quad t = f_8(x_0, y_0, \ldots; \lambda)$$

---

[1] Ce procédé s'étend à des systèmes beaucoup plus généraux (BEUDON, *Comptes rendus*, 11 février 1895).

l'intégrale générale du système (5). Si l'on prend pour les valeurs initiales des fonctions d'un paramètre variable α, satisfaisant aux relations

$$F_0 = 0, \qquad V_0 = 0, \qquad \frac{\partial z_0}{\partial \alpha} - p_0 \frac{\partial x_0}{\partial \alpha} - q_0 \frac{\partial y_0}{\partial \alpha} = 0,$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial \alpha} - r_0 \frac{\partial x_0}{\partial \alpha} - s_0 \frac{\partial y_0}{\partial \alpha} = 0, \qquad \frac{\partial q_0}{\partial \alpha} - s_0 \frac{\partial x_0}{\partial \alpha} - t_0 \frac{\partial y_0}{\partial \alpha} = 0,$$

on démontre, par la méthode de Cauchy, que les formules (6) représentent bien une intégrale commune aux deux équations $F = 0$, $V = 0$.

» Supposons maintenant que $m_2 = m_1$, et que le système (4) admette deux intégrales distinctes u et v, non compris l'intégrale évidente F. Si dans le système (5) on remplace V par $u - \varphi(v)$, on vérifie sans peine que, dans l'hypothèse où $m_2 = m_1$, ce système admet les deux intégrales premières

$$u = \text{const.}, \qquad v = \text{const.},$$

quelle que soit la fonction φ. Comme la fonction arbitraire ne figure dans les équations (5) que par sa dérivée $\varphi'(v)$, on peut poser $\varphi'(v) = c$, et le système à intégrer est toujours le même, quelle que soit la fonction φ. Le résultat définitif est le suivant : Soient

$$(7) \qquad x = f_1(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0, r_0, s_0, t_0, c; \lambda), \quad \ldots, \quad t = f_8(x_0, \ldots, t_0, c; \lambda)$$

les formules qui donnent l'intégrale générale du système (5) où on aurait remplacé V par $u - \varphi(v)$ et $\varphi'(v)$ par c. *Pour obtenir l'intégrale générale de l'équation du second ordre proposée, il suffit de remplacer dans ces formules* $x_0, y_0, \ldots, t_0$ *par des fonctions d'un paramètre variable* α *satisfaisant aux relations*

$$F(x_0, y_0, \ldots, t_0) = 0, \qquad \frac{\partial z_0}{\partial \alpha} = p_0 \frac{\partial x_0}{\partial \alpha} + q_0 \frac{\partial y_0}{\partial \alpha},$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial \alpha} = r_0 \frac{\partial x_0}{\partial \alpha} + s_0 \frac{\partial y_0}{\partial \alpha}, \qquad \frac{\partial q_0}{\partial \alpha} = s_0 \frac{\partial x_0}{\partial \alpha} + t_0 \frac{\partial y_0}{\partial \alpha},$$

et d'y remplacer en même temps c *par* $\frac{\partial u_0}{\partial \alpha} : \frac{\partial v_0}{\partial \alpha}$. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains groupes algébriques.* Note de M. E. CARTAN, présentée par M. Picard.

« On sait quel grand intérêt il y aurait à relier la théorie des fonctions à la théorie des groupes de M. Sophus Lie. Un certain nombre de travaux

ont déjà été faits dans cette direction, en particulier sur la façon dont les transformations infinitésimales ou les équations finies d'un groupe fini dépendent ou peuvent dépendre des variables ou des paramètres. Il faut signaler en première ligne le beau théorème de M. Schur d'après lequel les coefficients des transformations infinitésimales d'un groupe transitif peuvent devenir, après un changement de variables convenable, des quotients de fonctions *entières* de nouvelles variables. M. Maurer s'est depuis occupé de chercher dans quelles conditions les équations finies d'un groupe pouvaient dépendre *algébriquement* des variables ou des paramètres. Le but de cette Note est de montrer l'importance des considérations de *structure* dans cet ordre de recherches et d'indiquer quelques théorèmes très généraux auxquels conduisent les derniers résultats trouvés sur la structure des groupes finis.

» 1. Je m'occupe d'abord des groupes *linéaires et homogènes*, et, parmi eux, de ceux où les paramètres entrent de la façon la plus simple possible, c'est-à-dire d'une manière *linéaire et homogène*.

» Si l'on considère un tel groupe g échangeant entre elles les variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ et si on le *prolonge* au moyen de $(n-1)$ autres systèmes de variables

$$x'_1,\ x'_2,\ \ldots,\ x'_n;\quad x''_1,\ \ldots,\ x''_n;\quad \ldots;\quad x_1^{(n-1)},\ x_2^{(n-1)},\ \ldots,\ x_n^{(n-1)},$$

dans chacun desquels les variables sont échangées de la même façon que les variables primitives; si de plus on fait la même opération pour le groupe γ linéaire et homogène *général* en $x_1, x_2, \ldots, x_n$, de façon à obtenir le groupe Γ, le groupe G *prolongé* de g est le plus grand sous-groupe de Γ qui laisse invariante une certaine multiplicité plane en $x_1, x_2, \ldots, x_n^{(n-1)}$. De là résulte immédiatement le théorème suivant :

» *Si le groupe linéaire et homogène g en $x_1, x_2, \ldots, x_n$, dans les équations finies duquel les paramètres entrent d'une façon linéaire et homogène, ne laisse invariante aucune multiplicité plane, il coïncide avec le groupe linéaire et homogène général en $x_1, x_2, \ldots, x_n$.*

» La propriété caractéristique, énoncée tout à l'heure, des groupes qui nous occupent, peut être remplacée par la suivante :

» *Si Xf et Yf sont deux transformations infinitésimales quelconques, distinctes ou non, d'un groupe linéaire et homogène dans les équations finies duquel les paramètres entrent d'une manière linéaire et homogène, la transformation infinitésimale*

$$X(Yx_1)\frac{\partial f}{\partial x_1}+\ldots+X(Yx_n)\frac{\partial f}{\partial x_n}$$

appartient aussi au groupe; et, réciproquement, si r transformations infinitésimales linéaires et homogènes $X_1 f$, $X_2 f$, ..., $X_r f$, *parmi lesquelles se trouve la transformation infinitésimale*

$$x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \ldots + x_n \frac{\partial f}{\partial x_n},$$

sont telles que les r^2 *transformations infinitésimales*

$$X_i(X_k x_1)\frac{\partial f}{\partial x_1} + \ldots + X_i(X_k x_n)\frac{\partial f}{\partial x_n} \qquad (i, k = 1, 2, \ldots, n),$$

dépendent linéairement de $X_1 f$, $X_2 f$, ..., $X_r f$, *on peut choisir les r paramètres du groupe de façon que dans les équations finies de ce groupe ils entrent d'une manière linéaire et homogène.*

» La deuxième partie de cette proposition est due à M. Study.

» De cette proposition l'on peut déduire le théorème suivant :

» *Si dans les équations finies d'un groupe linéaire et homogène non intégrable* G, *les paramètres entrent d'une manière linéaire et homogène, le groupe* G *est formé d'un sous-groupe invariant intégrable* Γ *et d'un certain nombre de sous-groupes simples* g_1, g_2, ..., g_h *échangeables entre eux, respectivement isomorphes aux groupes linéaires et homogènes spéciaux à* n_1, n_2, ..., n_h *variables.*

» Si l'on considère en particulier ceux de ces groupes qui sont *simplement transitifs* et qui sont si intimement liés aux systèmes de nombres complexes à multiplication distributive et associative, *on peut*, en conservant les notations du théorème précédent, *trouver* n_1^2 *des variables qui sont échangées entre elles à la façon des paramètres du groupe linéaire et homogène général à* n_1 *variables, de même* n_2^2 *autres variables échangées entre elles d'une façon analogue et ainsi de suite.* Le nombre des paramètres est, par suite, au moins égal à $n_1^2 + n_2^2 + \ldots + n_h^2$.

» En transportant cela dans la théorie des nombres complexes, on peut énoncer le théorème suivant :

» *Si un système de nombres complexes est associé à un groupe simplement transitif non intégrable tel que le plus grand groupe semi-simple qui lui est isomorphe soit composé de sous-groupes simples à* $m^2 - 1$, $n^2 - 1$, ... *paramètres, on peut trouver un premier système de* m^2 *unités* e_{ik} $(i, k = 1, 2, \ldots, m)$ *déterminant pour elles-mêmes un système de nombres complexes avec la loi de multiplication*

$$(1) \qquad e_{\alpha\beta} e_{\gamma\delta} = \varepsilon_{\beta\gamma} e_{\alpha\delta}, \qquad (\varepsilon_{\beta\gamma} = 1 \text{ si } \beta = \gamma,\ \varepsilon_{\beta\gamma} = 0 \text{ si } \beta \neq \gamma);$$

puis un deuxième système de n^2 *unités indépendantes des premières jouissant de propriétés analogues et ainsi de suite.*

» C'est la généralisation d'un théorème énoncé par M. Scheffers, mais qui n'est vrai que lorsque l'un des nombres m, n, ... est égal à 2 et qui, par suite, n'a pu être vérifié par lui que pour des systèmes de nombres complexes à moins de neuf unités.

» 2. Je passe maintenant aux groupes linéaires et homogènes dans les équations finies desquels les paramètres entrent algébriquement. M. Maurer a déterminé à quelles conditions devaient satisfaire les transformations infinitésimales de ces groupes pour qu'il en fût ainsi; il a montré que si les paramètres entraient *algébriquement*, on pouvait toujours faire en sorte qu'ils entrassent *rationnellement*. Les résultats connus jusqu'à présent sur la structure des groupes fournissent une classe très étendue de groupes linéaires et homogènes pour lesquels ce fait se présente. En effet, on peut énoncer la proposition suivante :

» *Le groupe dérivé d'un groupe linéaire et homogène quelconque est tel que dans ses équations finies, on peut toujours faire entrer les paramètres rationnellement.*

» Relativement aux groupes adjoints :

» *Si un groupe est de rang zéro ou si son plus grand sous-groupe invariant intégrable est de rang zéro (en particulier s'il est le groupe dérivé d'un autre groupe), on peut faire en sorte que dans les équations finies de son groupe adjoint les paramètres entrent rationnellement.*

» Les invariants d'un groupe linéaire et homogène, dans les équations finies duquel les paramètres entrent rationnellement, dépendent d'un nombre fini d'entre eux qu'on peut toujours supposer *rationnels;* si le groupe est semi-simple, il résulte des théorèmes sur la structure des groupes semi-simples qu'on peut toujours supposer que ces derniers invariants sont *des polynomes entiers, homogènes et irréductibles*. Ce cas se présente en particulier pour le groupe des substitutions linéaires de déterminant égal à 1.

» 3. M. Lie a montré comment, étant donnée une structure de groupe, on pouvait se servir du groupe adjoint correspondant pour déterminer tous les groupes *transitifs* ayant la structure considérée, en supposant toutefois que le groupe n'admette pas de transformation *distinguée*.

» Les résultats énoncés précédemment donnent alors le théorème suivant :

» *Si un groupe transitif n'admet pas de transformation distinguée et que son plus grand sous-groupe invariant intégrable soit de rang zéro, on peut toujours, au moyen d'un changement de variables et de paramètres convenable, faire en sorte que les coefficients des transformations infinitésimales de ce groupe*

soient des fonctions rationnelles des variables et que les équations finies dépendent algébriquement des variables et des paramètres. On peut même, en prenant pour nouvelles variables certaines fonctions rationnelles des variables ainsi déterminées, faire en sorte que les équations finies dépendent rationnellement des paramètres. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières*. Note de M. **Desaint**, présentée par M. Poincaré.

« Les fonctions entières de genre 0, 1 ou 2, dont le multiplicateur exponentiel du produit infini de facteurs primaires de M. Weierstrass est de la forme $A e^{\alpha x^2+\beta x+\gamma}$, où A est une constante, α et β réels et α positif, jouissent de cette propriété que si leurs zéros sont réels, les zéros de leur dérivée sont aussi réels.

» Cette proposition s'établit aisément en s'appuyant sur la considération de l'équilibre d'un point mobile attiré par plusieurs centres fixes en raison inverse de la distance.

» J'appliquerai cette proposition à l'inverse de la fonction eulérienne en faisant avant cette remarque que, si $\alpha = 0$, le théorème précédent s'applique; il suffit de remplacer $2\alpha\left(x + \frac{s}{2\alpha}\right)$ par s, c'est-à-dire une attraction venant du point réel $-\frac{\beta}{2\alpha}$, par une force parallèle à l'axe des quantités réelles.

» On sait que, $\Gamma(x)$ étant la fonction eulérienne de seconde espèce, on a, C étant la constante d'Euler,

$$\frac{1}{\Gamma(x+1)} = e^{Cx}\Pi\left[\left(1+\frac{x}{n}\right)e^{-\frac{x}{n}}\right],$$

où n prend toutes les valeurs entières 1, 2, ...

» On peut donc énoncer la proposition suivante :

» *La fonction inverse arithmétique de la fonction eulérienne de seconde espèce admet une dérivée dont les zéros sont tous réels* [1].

---

[1] Cours de la Faculté des Sciences de Paris, par M. Hermite; année 1891, p. 142, 147.

» On en déduit les propositions suivantes :

» *Les équations en* x,

$$\lim_{n=\infty}\left(\log n - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \ldots - \frac{1}{x+n}\right) = 0,$$

$$\sum_{n=0}^{n=+\infty} \frac{x-1}{(n+1)(x+n)} = C, \qquad \int_{-\infty}^{0} \frac{e^{x.y} - e^{y}}{e^{y}-1}\, dy = C,$$

où C *est la constante d'Euler, ont toutes leurs racines réelles.*

» Je reviens maintenant sur les fonctions entières générales pour donner le théorème suivant :

» *Les fonctions entières de genre pair* ω, *dont le multiplicateur exponentiel du produit infini de facteurs primaires de M. Weierstrass, est de la forme* $Ae^{\alpha x^{\omega+2}+\beta x^{\omega+1}+\gamma}$, *où* A *est une constante,* α, β *réels et* α *positif, jouissent de cette propriété que si leurs zéros sont réels, les zéros de leur dérivée sont tous aussi réels.*

» Il suffit de se rappeler que les fonctions entières $f(x)$, dont on s'occupe dans le théorème, satisfont à l'identité suivante :

$$\begin{aligned}\frac{f'_x(x)}{f(x)} &\equiv x^{\omega} \sum \frac{1}{a_n^{\omega}(x-a_n)} + \alpha(\omega+2)x^{\omega+1} + \beta(\omega+1)x^{\omega} \\ &\equiv x^{\omega}\left\{ \sum \frac{1}{a_n^{\omega}(x-a_n)} + \alpha(\omega+2)\left[x + \frac{\beta(\omega+1)}{\alpha(\omega+2)}\right]\right\}.\end{aligned}$$

» Je me propose maintenant de donner quelques théorèmes sur des fonctions qui comprennent, comme cas particuliers, les fonctions modulaires $K(z)$ et les fonctions multiformes que l'on rencontre dans l'étude de la série hypergéométrique de Gauss.

» Auparavant, j'ouvre une parenthèse pour donner le théorème suivant :

» *Si* $H(t, u, v, \ldots, w)$ *est une fonction réelle gardant un signe constant pour toutes les valeurs respectives des paramètres réels de* t_1 *à* t_2, u_1 *à* u_2, $\ldots$, w_1 *à* w_2, $G(t, u, \ldots, w)$ *étant une fonction réelle ou complexe de ces paramètres, la fonction* $F(z) \equiv \int_{t_1}^{t_2} \cdots dt^{\alpha} \ldots \int_{w_1}^{w_2} \cdots \frac{H(t, u, \ldots, w)\, dw^{\lambda}}{Z - G(t, u, \ldots, w)}$ *a ses zéros à l'intérieur de tout contour convexe entourant l'ensemble de points* $Z = G(\overset{t_2}{\underset{t_1}{t}}, u, \ldots, \overset{w_2}{\underset{w_1}{w}})$ *qui est un espace de discontinuité pour la fonction.*

» J'ouvrirai encore une parenthèse pour donner le théorème suivant, généralisation de la proposition de Laguerre sur les fonctions modulaires $K(z)$ et $K'(z) \equiv K(1-z)$.

» *Considérons la fonction du module z,*

$$F(z) \equiv \int_0^\alpha f(x) \cdot \varphi(x, z) \cdot (1 - zx)^{-\lambda} dx,$$

où l'on a $0 < \lambda < 1$, $f(x)$ *étant une fonction quelconque de* x, *uniquement assujettie à être bien définie et continue pour toutes valeurs réelles de* x *entre* 0 *et* α (α *est supposé réel* > 0), $\varphi(x, z)$ *étant holomorphe en* z *quand* x *varie entre* 0 *et* α; *à l'intérieur de la ligne* $\infty \ldots \frac{1}{\alpha}$, $F(z)$ *est représentable par une fonction uniforme affectée de la coupure* $\infty \ldots \frac{1}{\alpha}$, *donnée par la formule*

$$F(z) \equiv \frac{\sin \lambda\pi}{\pi} \int_0^1 dy \int_0^\alpha \frac{y^{\lambda-1}(1-y)^{-\lambda} f(x) \varphi(x, z)\, dx}{(1 - zxy)}.$$

» En appliquant le théorème précédent et celui qui vient immédiatement avant dans le cas des deux variables x, y, la fonction H étant ici $\frac{-f(x)}{xy}$, on a :

» *La fonction* $F_0(x) \equiv \int_0^\alpha f(x)(1 - zx)^{-\lambda} dx$ (*où l'on a* $0 < \lambda < 1$ *et* $f(x)$ *étant une fonction de* x *uniquement assujettie à être continue pour les valeurs réelles de la variable entre* 0 *et* α *et à garder un signe constant pour ces mêmes valeurs*) *ne s'annule jamais en dehors de sa coupure* $\infty \ldots \frac{1}{\alpha}$.

» On en déduirait facilement par l'étude au voisinage de la coupure d'après l'intégrale double que ces fonctions $F_0(z)$ ont leur partie réelle de signe constant; dans ce groupe de fonctions $F_0(z)$ rentrent la fonction complète de première espèce $K(z) \equiv \int_0 \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - zx^2)}}$, la fonction complète de seconde espèce divisée par z^2, et la série hypergéométrique $F(a, b, c, z) \left\{ \begin{matrix} a > 0 \\ c > a + b \end{matrix} \right.$, $0 < b < 1$ à l'intérieur de son cercle de convergence. »

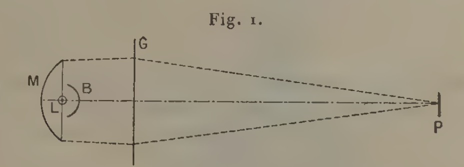
PHYSIQUE. — *Sur la mesure directe de l'intensité lumineuse moyenne sphérique des sources de lumière.* Note de M. A. Blondel, présentée par M. Potier.

« Jusqu'ici on n'a pu déterminer l'intensité moyenne sphérique d'une source de lumière que dans un cas particulier (source symétrique autour

d'un axe), et à l'aide d'une méthode indirecte due à M. Allard; l'emploi de celle-ci est fort pénible et n'offre, dans le cas de foyers instables tels que l'arc électrique, aucune garantie de précision.

» La méthode générale que j'ai indiquée pour la mesure du flux lumineux, dans une précédente Communication (¹), permet de faire cette détermination avec une grande rapidité sans tracer de courbe photométrique. L'intensité moyenne sphérique est en effet égale à $\frac{1}{4\pi}$ du flux total de la source de lumière (²), et l'on a vu comment celui-ci peut s'obtenir à l'aide du dispositif de la *fig.* 1, comprenant un photomètre P, un écran diffuseur G

Fig. 1.



LÉGENDE : M miroir, L source à photométrer, B écran opaque, G écran diffuseur, P photomètre.

et un projecteur en verre argenté M, dans le plan d'ouverture duquel on place le centre de la source à étudier; en additionnant deux mesures faites après avoir donné à la source une rotation de 180°, on obtient le flux total, multiplié par le coefficient moyen de réflexion du miroir.

» Ce dispositif ne peut donner de bons résultats que si la perte subie par les rayons est la même pour tous, c'est-à-dire si le coefficient de réflexion du miroir argenté est le même en tous les points.

» Comme en général ce coefficient varie notablement avec l'angle d'incidence, il est préférable d'en limiter les variations en réduisant le miroir à une zone de révolution autour de l'axe optique, d'étendue assez faible pour que l'angle d'incidence soit presque constant; il n'est plus possible

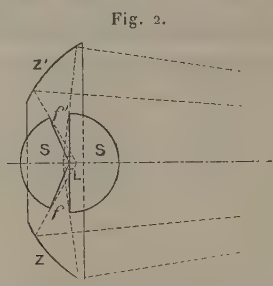
(¹) *Comptes rendus*, 11 février 1894.

(²) Dans les calculs numériques, l'intensité et le flux doivent être évidemment évalués chacun en fonction d'une unité de même nature, ainsi qu'on le fait pour toutes les autres quantités physiques. En particulier dans le système pratique international ayant pour base la bougie de $\frac{1}{20}$ de Violle, le mètre et la seconde, l'unité pratique de flux, à laquelle j'ai proposé de donner le nom de *lumen*, est le flux que reçoit une surface de 1^{mq} soumise à l'éclairement de 1 lux (ou 1 bougie à 1^{m}) ou celui qu'émet dans un angle solide de 1 sphéradion une source ayant une intensité uniforme de 1 bougie décimale.

alors de recueillir la moitié du flux mais seulement une fraction qui doit être bien définie.

» Ce résultat est obtenu, comme le montre la *fig.* 2 en entourant la

Fig. 2.



LÉGENDE : Coupe horizontale schématique d'un lumen-mètre à zone.
ZZ' zone ellipsoïdale réfléchissante;
SS' sphère opaque percée suivant deux fuseaux f, f';
L source de lumière à photométrer.

source de lumière L d'une sphère opaque SS', parfaitement noircie intérieurement, ayant son centre sur l'axe optique et munie de deux ouvertures en forme de fuseaux symétriques f, f', limités à deux plans diamétraux verticaux. Les deux flux opposés qui sortent par ces deux fuseaux sont renvoyés sur l'écran diviseur par la zone réfléchissante zz', à laquelle diverses considérations m'ont conduit à donner de préférence (bien que cela ne soit pas nécessaire) la forme d'une zone ellipsoïde de révolution [1], ayant pour foyers le centre de la sphère creuse et un point situé à 3^{m} de distance; en plaçant l'écran en ce point, on réalise une tache de très faible dimension qui permet de se contenter d'un faible recul pour le photomètre, par rapport auquel elle joue le rôle de source de lumière à mesurer. L'angle de chacun des deux fuseaux étant de 18°, il faudrait dix mesures successives pour étudier tout le flux par parties [2]; mais lorsque la source est de révolution ou à peu près, autour d'un axe vertical, on peut se contenter de deux mesures prises à angle droit (ce qui fait en

---

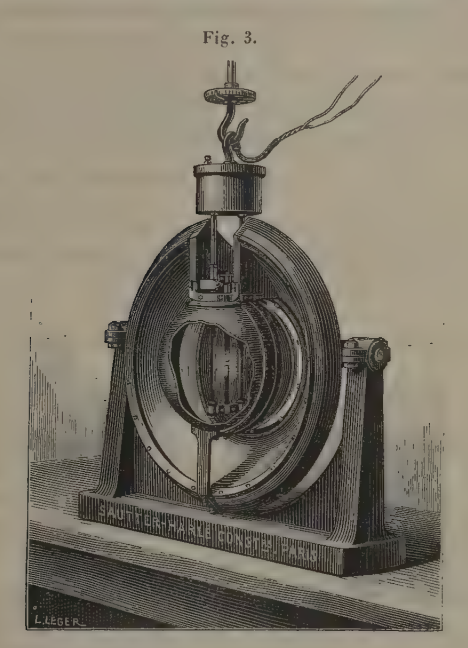
(1) J'ai examiné un grand nombre d'autres dispositifs, comportant en particulier l'emploi d'anneaux catadioptriques de formes diverses; j'indique seulement ici celui qui a été reconnu le plus pratique au point de vue de l'exécution et de l'emploi de l'appareil.

(2) Une seule mesure suffit quand on peut imprimer à la source un mouvement de rotation rapide.

réalité quatre fuseaux). L'emploi simultané de deux fuseaux opposés est d'ailleurs une grande garantie d'exactitude pour la mesure des lampes à arc.

» L'appareil est représenté en perspective par la *fig.* 3, qui en explique suffisamment le mode de construction; l'ouverture réservée à sa partie supérieure, et dont l'influence est négligeable, sert à l'introduction des

Fig. 3.



LÉGENDE : Vue d'ensemble du lumen-mètre à zone.

lampes par le haut (ou par le bas, lorsqu'on retourne l'appareil); une potence permet de suspendre les lampes à arc dans la position convenable; pour faciliter l'introduction des foyers à étudier, une partie de la demi-sphère antérieure est amovible. On remarquera que celle-ci évite toute lumière parasite dans la salle photométrique.

» L'exécution de cet instrument, dont les dimensions dépassent celles des instruments de physique ordinaires, présentait de sérieuses difficultés; elle a pu être menée à bien cependant, grâce au précieux concours de MM. Sautter et Harlé, qui, malgré le caractère purement scientifique de l'appareil, ont bien voulu se charger de le construire à leurs frais dans

leurs ateliers [1] et auront ainsi permis à cette nouvelle méthode d'entrer dans le domaine de la pratique.

» Les dispositifs décrits dans cette Note, et qu'on peut appeler des *Lumen-mètres,* permettent de faire, soit des mesures comparatives, soit même des mesures en valeurs absolues, lorsqu'on a déterminé les coefficients de transmission du miroir et de l'écran; le tarage global de l'appareil à zone avec son écran peut être fait d'ailleurs simplement en plaçant au centre de la sphère un étalon d'intensité horizontale connue I_h. On isole sur les fuseaux une zone équatoriale de hauteur connue et d'assez faible hauteur pour que le flux qui le traverse soit uniforme. Soient σ l'angle solide correspondant, I la puissance lumineuse de la tache de l'écran mesurée au photomètre, le coefficient cherché K est déterminé par le rapport $\frac{I}{\sigma I_h}$.

» Les lectures au photomètre peuvent donner ensuite directement les flux ou les intensités moyennes sphériques en unités correspondantes. »

CHIMIE. — *Sur l'analyse du silicium.* Note de M. **Vigouroux**, présentée par M. Henri Moissan.

« Nous avons montré précédemment [2] qu'il était possible, en chauffant de la silice et du magnésium purs, d'obtenir du silicium amorphe titrant 99,60 pour cent. Le produit obtenu en employant des produits commerciaux a donné, comme impuretés dominantes, de la silice et des siliciures d'aluminium et de fer.

» Nous exposerons aujourd'hui les méthodes d'analyse. Disons tout d'abord qu'il importe d'opérer sur une poudre bien sèche. On en prélève $0^{gr},200$ environ qu'on introduit dans un petit tube de verre et qu'on chauffe, pendant quelques minutes, jusqu'au voisinage du rouge.

» 1° Dosage de la silice : *Attaque par le chlore.* — On fait passer un courant de chlore bien sec dans un tube en verre de Bohême, sur le silicium placé dans une nacelle tarée. Lorsque l'appareil, bien sec lui aussi, est plein de ce gaz, on chauffe progressivement. Vers 450°, le silicium prend feu et se volatilise à l'état de chlorure, mais il faut chauffer plus fortement afin d'attaquer les siliciures. L'action terminée,

---

(1) J'avais fait exécuter, dès 1892, un appareil d'essai en cuivre argenté, auquel la difficulté d'entretenir un coefficient de réflexion constant m'a forcé promptement à renoncer.

(2) *Comptes rendus*, t. CXX, p. 94 et p. 367.

on laisse refroidir dans le chlore, puis on déplace ce dernier gaz par un courant d'hydrogène, à chaud, qu'on laisse dégager ensuite jusqu'à complet refroidissement ([1]). On place la nacelle dans le dessiccateur et l'on pèse à nouveau. On a la silice.

» 2° DOSAGE DU SILICIUM : *Attaque par les carbonates alcalins en solution* ([2]). — Un poids donné de poudre fine est soumis à l'action prolongée d'une solution de carbonate de potassium, dans un petit ballon à fond plat, d'environ 100^{cc}, chauffé sur un bain de sable. Le silicium et la silice sont transformés en silicate alcalin soluble. On jette sur un filtre taré et l'on détermine ainsi le poids des *matières étrangères moins la silice*. Quant à la partie dissoute, on la traite par l'acide chlorhydrique jusqu'à réaction acide, puis on la chauffe d'abord au bain-marie jusqu'à dessiccation complète, ensuite vers 250°, afin d'insolubiliser complètement la silice, ce qui est assez difficile. On reprend par l'acide chlorhydrique étendu, on filtre : la silice reste. On calcine, on pèse. Du poids de silice obtenu, dont on retranche celui fourni par l'attaque au chlore, on déduit la proportion de silicium libre ([3]).

» 3° DOSAGE DES MÉTAUX : *Attaque par un mélange d'acide fluorhydrique et d'acide azotique*. — Dans une capsule de platine, on place un poids donné de silicium dans lequel on verse de l'acide azotique et de l'acide fluorhydrique bien exempts de chlore. Ensuite, on ajoute goutte à goutte de l'acide sulfurique concentré. Ce dernier élève graduellement la température et finit par amorcer la réaction qui se traduit par la formation de fluorure de silicium qui se dégage et de fluorures métalliques qui restent dans le liquide.

» En évaporant au bain de sable, les métaux se retrouvent à l'état de sulfates. On les dose par les méthodes connues.

» RÉSULTATS. — *Analyse du silicium obtenu en employant le quartz et le magnésium du commerce.*

	I ([4]).	II		III.
Silicium %..................	89,27	94,14		97,02
Silice %..................	3,01	1,90		0,66
Siliciures { Fe : 2,18 %, Al : 1,12 % }..	7,62	3,92	{ Fe : 0,45 %, Al : 0,32 % }	2,34
	99,90	99,96		100,02

([1]) Cette précaution est nécessaire, attendu que certains résidus peuvent retenir plusieurs fois leur poids de chlore.

([2]) Cette méthode suppose que les chlorures métalliques sont volatils. Dans le cas contraire, on dissout le contenu de la nacelle et l'on détermine sur filtre taré le poids du résidu insoluble.

([3]) On peut remplacer la solution de carbonate alcalin par une solution de potasse qui produit une attaque plus rapide; mais cette dernière n'est pas toujours exempte de silice et, de plus, il faut opérer dans un récipient en argent. Enfin l'on peut attaquer par les carbonates alcalins en fusion dans un creuset de platine. On a le silicium total et les métaux.

([4]) Les chiffres I, II, III correspondent à des analyses faites sur un même échantillon ayant subi 1, 2, 3 traitements à l'acide fluorhydrique et à l'acide sulfurique.

» Les siliciures de fer et d'aluminium sont formés au moment de la réduction aux dépens des impuretés du quartz.

Analyse de silicium obtenu en réduisant la silice chimiquement pure par le magnésium distillé et en opérant dans un tube brasqué à la magnésie et traversé par un courant d'hydrogène.

	I.	II.
Silicium	99,09	99,60
Silice	0,68	0,20
Non dosé	0,23	0,20
	100,00	100,00

» On a aussi analysé la variété α préparée par le procédé de Berzélius.

	N° 1 (tube de fer et agitateur en fer).	N° 2 (tube de verre et agitateur en fer).	N° 3 (tube de verre sans agitateur).
Silicium	22,81	41,58	54,21
Silice	12,32	11,18	16,13
Fer	9,16	6,18	2,93
Potassium	5,18	7,35	1,32
Non dosé	50,53	33,71	25,41
	100,00	100,00	100,00

» Pour avoir le silicium β, on a calciné et traité ensuite par l'acide fluorhydrique la variété α. Les rendements ont été très faibles (compris entre 4,09 et 11,59 pour 100) et la matière noire résiduelle ne contenait que très peu de silicium. Enfin, l'analyse a montré que le silicium cristallisé, préparé sans précautions, peut renfermer jusqu'à 5 pour 100 d'impuretés constituées par des siliciures de fer, de zinc, d'aluminium [1]. Pour les détruire, le procédé le plus rapide consiste à griller les cristaux à l'air, le silicium se recouvre d'une mince couche de silice qui le protège, tandis que les siliciures sont transformés en silicates fusibles qu'on enlève par l'acide fluorhydrique.

» *Conclusions.* — Lorsqu'on fait agir le potassium sur le fluosilicate, il se produit une série de réactions analogues à celles indiquées par M. Moissan dans la préparation du bore par les métaux alcalins [2]. Une grande partie du silicium naissant se combine au potassium en excès et au fer dans lequel on opère. Lorsqu'on traite ensuite par l'eau le produit de la réaction, tandis qu'une nouvelle quantité de silicium disparaît et se transforme en si-

---

[1] Ceci explique pourquoi le silicium cristallisé projeté dans l'acide fluorhydrique dégage parfois de l'hydrogène d'une façon lente et prolongée.

[2] H. Moissan, *Comptes rendus*, t. CXIV, p. 319.

lice, à la faveur du métal alcalin qui n'a pas réagi, les matières étrangères insolubles viennent augmenter la proportion des impuretés [silice, siliciures d'hydrogène ([1]), de potassium, de fer, etc.]. C'est à leur présence que le silicium α doit son activité, sa solubilité dans l'acide fluorhydrique, par exemple. Quant au silicium β, obtenu en chauffant fortement la variété α, il est facile de comprendre que, pendant la calcination, le silicium libre disparaissant de plus en plus, grâce à la présence des matières métalliques, on n'obtienne finalement qu'un corps différant du tout au tout des variétés préparées à haute température. Enfin le fluosilicate, qui est précieux dans la préparation du silicium cristallisé, convient peut-être moins bien quand il s'agit d'obtenir le silicium amorphe. Par suite de son énergie chimique, il attaque les parois des récipients et, comme il est fluide, les matières dissoutes se diffusent constamment dans le liquide et viennent augmenter d'autant les impuretés ([2]). Aussi nous semble-t-il préférable d'employer, dans la préparation du silicium amorphe, des poudres infusibles et inertes, comme la silice et la magnésie. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'aldéhyde formique sur les sels ammoniacaux.* Note de MM. **A. Brochet** et **R. Cambier**, présentée par M. P. Schützenberger.

« I. *Chlorhydrate d'ammoniaque; action à froid.* — Dans une Note précédente ([3]), nous avons montré que l'action de l'aldéhyde formique sur les chlorhydrates de monométhylamine et d'hydroxylamine conduit dans le premier cas au chlorhydrate de triméthylène-triamine et dans le second à la formaldoxime ou son polymère triple $(CH^2.AzOH)^3$, avec mise en liberté d'acide chlorhydrique. Dans les deux cas, l'action ne va pas plus loin, les corps formés n'étant pas susceptibles de réagir à leur tour sur l'aldéhyde formique.

» Il n'en est plus de même quand on fait agir l'aldéhyde formique sur

([1]) La présence de l'hydrogène a été constatée au moyen de la trompe.

([2]) Cet inconvénient n'existe pas pour le silicium cristallisé : les matières étrangères sont éliminées grâce au métal dissolvant (aluminium ou zinc) qui n'entraîne que le silicium ; de plus, c'est précisément à cause de la fusibilité du fluosilicate que le métal se sépare très facilement.

([3]) *Comptes rendus*, t. CXX, p. 449.

le chlorhydrate d'ammoniaque. Dans ce cas et par analogie avec les précédents, on peut admettre qu'il se forme d'abord le chlorhydrate de triméthylène-triamine $(CH^2 . AzH . HCl)^3$, mais cette base *secondaire* agit sur l'aldéhyde formique, une partie de l'azote cesse d'être basique (nous admettons que cela a lieu par suite de la formation de groupes $R . Az = CH^2$). Il en résulte qu'une quantité correspondante d'acide chlorhydrique est mise en liberté. Si, d'une part, nous remarquons que les acides libres tendent à détruire par hydratation les combinaisons de l'ammoniaque avec l'aldéhyde, en régénérant cette aldéhyde, et que, d'autre part, l'aldéhyde formique réagit sur les sels ammoniacaux en mettant une certaine quantité d'acide en liberté, on conçoit facilement qu'il s'établit un *état d'équilibre chimique*, dépendant de la température, des proportions des corps en présence, etc. Cet état d'équilibre pourra être rompu, soit en saturant l'acide au fur et à mesure de sa formation, et nous arriverons ainsi à l'hexaméthylènamine; soit en augmentant la concentration de cet acide, et nous arriverons à régénérer la totalité du chlorhydrate d'ammoniaque et de l'aldéhyde formique. C'est ce que l'expérience vérifie :

» Si à une solution de chlorhydrate d'ammoniaque on ajoute de l'aldéhyde formique, la liqueur devient fortement acide, elle dissout le phosphate calcique, la craie, etc. Si l'on cherche à neutraliser par un excès de ce dernier corps l'acide formé, l'effervescence très vive du début ne tarde pas à se calmer puis se continue pendant un certain temps jusqu'à ce qu'il n'y ait plus en solution que de l'hexaméthylènamine. Si au contraire nous dissolvons de l'hexaméthylènamine dans un excès d'acide chlorhydrique, et que nous abandonnions cette dissolution à la température ordinaire, nous pourrons bientôt y recueillir un précipité cristallisé de chlorhydrate d'ammoniaque en quantité presque théorique.

» Il est dès lors évident qu'il existe entre l'ammoniaque et l'hexaméthylène-amine une ou plusieurs bases, servant de termes de passage, non isolables à la vérité, mais dont nous avons pu mettre l'existence en évidence de deux façons différentes : 1° en faisant l'étude acidimétrique de la dissolution; 2° en fixant ces bases à l'état de combinaisons insolubles, chloroplatinates ou dérivés nitrosés.

» Nous avons employé une solution contenant 2 molécules CH^2O et 1 molécule AzH^4Cl. Ce dernier sel se trouvait à la dose de 10 pour 100. Le titrage acidimétrique de cette solution, effectué avec la phtaléine comme indicateur, montre qu'elle ne renferme plus trace de chlorhydrate d'ammoniaque, l'alcalinité persistante n'étant obtenue que lorsqu'on a ajouté une quantité de soude correspondant à la totalité de l'acide du chlorhydrate. Au contraire, avec le méthylorange comme indicateur, l'alcalinité persistante est obtenue quand on a ajouté une quantité de soude correspondant aux

trois quarts de l'acide total. A ce moment le produit existant en solution est du chlorhydrate d'hexaméthylène-amine; c'est ce qu'il est facile de vérifier en additionnant la solution de chlorure de platine, on obtient ainsi un chloroplatinate jaune très pâle répondant par son analyse à la formule $(C^6H^{12}Az^4, HCl)^2PtCl^4$. Si l'on additionne la solution primitive du chlorure de platine, on obtient un chloroplatinate dont l'analyse correspond à peu près au chloroplatinate de triméthylène-triamine. Pour obtenir celui-ci dans un état de pureté tel qu'il donne à l'analyse des chiffres théoriques, il faut ajouter à la solution une certaine quantité d'acide chlorhydrique, précisément égale à celle qui est indiquée par le dosage acidimétrique, cette quantité étant nécessaire pour contrebalancer l'action de l'aldéhyde formique sur les groupements *azote secondaire*. Enfin, si l'on ajoute une plus grande quantité d'acide on obtient des chloroplatinates dont la teneur en platine augmente régulièrement, se rapprochant de plus en plus du chloroplatinate d'ammoniaque.

» Nous ferons également remarquer que, par l'action de l'acide nitreux sur l'hexaméthylène-amine, on peut fixer à l'état de dérivés nitrosés deux bases intermédiaires : la pentaméthylène-tétramine (deux fois secondaire et deux fois tertiaire) et la triméthylène-triamine (trois fois secondaire). Ces mêmes dérivés nitrosés ont été préparés par nous en traitant par l'acide nitreux un mélange de chlorhydrate d'ammoniaque et d'aldéhyde formique.

» Si l'on emploie un excès de chlorhydrate d'ammoniaque, on obtient les mêmes résultats que précédemment, mais il subsiste toujours une portion notable de l'aldéhyde qui n'entre pas en réaction.

» *Action à chaud.* — Si l'on vient à chauffer une solution de chlorhydrate d'ammoniaque et de formaldéhyde, renfermant ou non un excès de ce dernier corps, la formaldéhyde réagit sur la triméthylène-triamine d'abord formée, et l'on obtient du chlorhydrate de *monométhylamine*, en même temps que se dégage de l'acide carbonique, suivant l'équation

$$2(CH^2.AzH.HCl)^3 + 3CH^2O + 3H^2O = 6(CH^3.AzH^2.HCl) + 3CO^2.$$

» Le rendement est théorique.

» Si le chlorhydrate d'ammoniaque est en grand excès, le produit obtenu est très pur et ne renferme qu'une faible quantité de chlorhydrate de triméthyltriméthylène-triamine dont on peut, du reste, le débarrasser aisément par cristallisation dans l'alcool. Si l'aldéhyde est en grand excès, on arrive finalement au chlorhydrate de *triméthylamine* par une série de réactions identiques.

» II. *Autres sels ammoniacaux.* — L'action de la formaldéhyde sur le

sulfate ammonique a été étudiée par Plöchl ([1]). Il constata l'acidité du mélange fait à froid et reconnut qu'en chauffant ce mélange contenant un grand excès d'aldéhyde on arrivait au sulfate de triméthylamine. Il avait d'abord pensé obtenir par cette réaction des bases pyridiques, comme il en a obtenu du reste en chauffant les autres aldéhydes avec les sels ammoniacaux.

» Les autres sels ammoniacaux donnent avec la formaldéhyde des résultats semblables; avec le benzoate, une partie de l'acide est précipité; avec le carbonate il y a effervescence, une partie de l'acide se dégage de suite, le reste s'élimine peu à peu; finalement il ne reste que de l'hexaméthylène-amine; ce à quoi l'on arrive du reste en laissant digérer en milieu neutre (en présence de craie) un sel ammoniacal quelconque et la formaldéhyde. Si l'on opère à chaud on obtient des méthylamines, en même temps que du méthylal provenant d'une réaction secondaire entre l'aldéhyde formique et l'alcool méthylique que les solutions commerciales d'aldéhyde renferment comme impureté.

» L'azotate et le chromate d'ammoniaque se conduisent avec la formaldéhyde comme les autres sels ammoniacaux ([2]). »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les chlorures acides et les aldéhydes chlorés.* Note de M. **Paul Rivals.**

« J'ai entrepris d'étudier les chlorures de quelques acides organiques et, en particulier, des acides chlorés, et j'ai cherché à comparer les chaleurs de formation de ces composés aux chaleurs de formation des aldéhydes chlorés isomériques, problème intéressant à cause de la différence des fonctions des deux séries d'isomères et des groupements substitués. Voici les premiers résultats de mes recherches. Ils sont relatifs aux chlorures acides dérivés des acides acétique, chloracétique et trichloracétique et aux aldéhydes chlorés isomères.

» Le chlorure acétique, ainsi que le bromure et l'iodure, ayant été l'objet des recherches de MM. Berthelot et Louguinine, je me suis attaché aux dérivés chlorés du premier composé.

([1]) Plochl, *D. chem. Ges.*, t. XXI, p. 2117.

([2]) École de Physique et de Chimie industrielles.

» 1. *Chlorure d'acétyle monochloré.* — Il s'obtient facilement par l'action du chlore sur le chlorure d'acétyle en présence de l'iode. On obtient le produit pur et en grande quantité. J'en ai pris la densité de vapeur : poids du litre ramené à $0°$ et à $760^{mm} = 5^{gr},26$; poids normal $= 5^{gr},07$.

» Comme ce chlorure n'est pas décomposé par l'eau immédiatement, j'ai préféré le décomposer par la potasse étendue, et retrancher du nombre obtenu les chaleurs de neutralisation en liqueur étendue des acides chlorhydrique et chloracétique.

» J'ai trouvé :

Chaleur de décomposition par la potasse étendue............ $+52^{Cal},65$

d'où l'on déduit :

Chaleur de décomposition par l'eau en liqueur étendue...... $+24^{Cal},25$

et par suite :

Chaleur dégagée par la réaction :
$C^2H^2Cl^2O$ liq. + H^2O liq. = $C^2H^3ClO^2$ sol. + HCl gaz .... $+ 9^{Cal},4$
Chaleur de formation à partir des éléments du chorure d'acétyle monochloré.. $+69^{Cal},8$
Chaleur dégagée par la réaction de substitution :
C^2H^3OCl liq. + Cl^2 = $C^2H^2Cl^2O$ liq. + HCl gaz.......... $+27^{Cal},1$

» 2. *Chlorure de trichloracétyle.* — Ce corps, préparé par l'action du trichlorure de phosphore sur l'acide trichloracétique, purifié et analysé, m'a donné les nombres suivants :

Chaleur de décomposition par la potasse étendue.................. $+52^{Cal},6$
d'où je déduis la chaleur de décomposition par l'eau en solution étendue, soit.. $+24,8$
et la chaleur dégagée par la réaction
C^2Cl^4O liq. + H^2O liq. = $C^2Cl^3O^2H$ sol. + H Cl gaz .... $+ 4,5$
On a finalement la chaleur de formation à partir des éléments du chlorure de trichloracétyle liquide.......................... $+93,2$
et la chaleur dégagée par la réaction de substitution
C^2H^3OCl liq. + 3 Cl^2 = C^2Cl^4O liq. + 3 H Cl gaz................. $+31,5 \times 3$

» On voit donc que la décomposition des chlorures par l'eau donne des nombres peu différents de ceux que MM. Berthelot et Louguinine ont obtenus pour les chlorures d'acétyle ($+ 23^{Cal},3$), de butyryle ($+ 21^{Cal},7$), de valéryle ($+ 20^{Cal},17$). Plus récemment, M. Berthelot a montré que la décomposition par l'eau du chlorure de malonyle, dérivé d'un acide bibasique, dégage $+ 44^{Cal},2$, soit $22^{Cal},1 \times 2$, ce qui concorde.

» En outre, les chaleurs de formation des chlorures acétique, chloracétique et trichloracétique croissent assez régulièrement; ce qui permet d'estimer la valeur probable de la chaleur de formation par les éléments du chlorure d'acétyle dichloré; elle serait voisine de 80^{Cal}.

» On aurait alors pour les réactions de substitutions successives du chlore à l'hydrogène dans l'aldéhyde acétique avec formation de chlorures acides :

» Pour le chlorure acétique

$$C^2H^4O \text{ liq.} + Cl^2 = C^2H^3OCl \text{ liq.} + HCl \text{ gaz} \ldots \quad +29^{Cal},6;$$

» Chlorure chloracétique

$$C^2H^4O \text{ liq.} + 2Cl^2 = C^2H^2Cl^2O \text{ liq.} + HCl \text{ gaz} \ldots \quad +56^{Cal},7 \text{ ou } +28^{Cal},35 \times 2;$$

» Chlorure trichloracétique

$$C^2H^4O \text{ liq.} + 4Cl^2 = C^2Cl^4O \text{ liq.} + 4HCl \text{ gaz} \ldots \quad +124^{Cal},1 \text{ ou } 31^{Cal},3 \times 4.$$

» Comparons ces nombres avec la substitution du chlore dans l'acide acétique, en rapportant tous les acides au même état solide :

$$C^2H^4O^2 \text{ crist.} + Cl^2 = C^2H^3ClO^2 \text{ crist.} + HCl \text{ gaz} \ldots \quad +28^{Cal},2,$$
$$C^2H^4O^2 \text{ crist.} + 3Cl^2 = C^2HCl^3O^2 \text{ crist.} + 3HCl \text{ gaz} \ldots \quad +90^{Cal},9 \text{ ou } +30^{Cal},3 \times 3.$$

» L'excès thermique, observé dans la dernière substitution, répond à l'opposition observée par M. Louguinine, entre le signe de la chaleur de dissolution de l'acide trichloracétique dans l'eau ($+2^{Cal},9$) et celles des acides acétique ($-2^{Cal},1$) et monochloracétique ($-2^{Cal},9$); opposition qui amène un certain changement dans la constitution de l'acide perchloré.

» Quoi qu'il en soit, la marche des nombres est semblable dans les deux séries. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dédoublement de l'acide butane-2-oloïque* (*α-oxybutyrique*). Note de MM. **Ph.-A. Guye** et **Ch. Jordan**, présentée par M. Friedel.

« L'acide α-oxybutyrique de synthèse $CH^3.CH^2.CH.OH.COOH$, tel qu'on l'obtient par la méthode de M. Markownikow [1] (décomposition de l'acide bromobutyrique par l'hydrate de baryte), est un racémique.

[1] Markownikow, *Liebig's Annalen*, t. CLIII, p. 242.

Nous sommes parvenus à le dédoubler en ses deux composants, dextrogyre et lévogyre.

» Nous avons suivi le procédé, devenu classique, de M. Pasteur, basé sur les différences de solubilité des sels formés avec des bases actives, procédé qu'il nous a paru avantageux de mettre en œuvre de la façon suivante :

» En premier lieu, nous avons recherché, par quelques essais préliminaires, quels étaient, parmi les sels de l'acide α-oxybutyrique avec les bases actives, ceux qui donnent des cristaux bien formés; chacun de ces essais peut se faire avec une très petite quantité d'acide neutralisée par la quantité équivalente d'une base active (quelques décigrammes). Nous avons reconnu que les sels de quinine, de strychnine, de brucine présentent ce caractère, bien qu'à des degrés différents, tandis que le sel de cinchonine ne cristallise que très difficilement.

» Cela fait, une seconde série d'essais préliminaires, exécutés chacun sur 10^{gr} d'acide oxybutyrique, nous a démontré que, parmi les trois sels aptes à la cristallisation, ceux de strychnine et de brucine permettent seuls d'effectuer une séparation un peu nette de la combinaison racémique en ses deux isomères actifs. Nous entendons par là une séparation suffisante pour que les déviations polarimétriques observées, même sur des dissolutions un peu étendues, ne puissent être attribuées aux traces d'alcaloïdes restés en solution. A cet effet, les sels obtenus par cristallisation ont été décomposés par l'ammoniaque. Il importe d'effectuer ces décompositions sur des quantités équivalentes des divers sels, en employant le même volume de solution ammoniacale; après quelques heures de digestion, le liquide filtré, séparé de la base régénérée, est ramené dans chaque essai à un même volume, puis examiné au polarimètre. Les déviations observées indiquent immédiatement celle des bases employées qui produit la meilleure séparation. Dans nos expériences, c'était la brucine.

» Ce point étant établi, nous avons enfin procédé au dédoublement de l'acide oxybutyrique, en quantité un peu considérable, et nous avons pu constater que la séparation des deux isomères actifs s'opère avec une grande netteté par cristallisation du sel de brucine; toutes nos cristallisations ont été faites pendant l'hiver à des températures qui n'ont pas dépassé 10°; les températures les plus basses nous ont paru favorables à la séparation des deux isomères.

» Par des concentrations successives, la solution aqueuse de l'oxybutyrate de brucine laisse déposer des cristaux du sel dérivé de l'acide lévogyre,

puis un mélange des deux sels, enfin le sel dérivé de l'acide dextrogyre.

» Pour juger du degré de pureté des sels qui se déposent après chaque concentration, le procédé qui nous a paru le plus expéditif consiste à décomposer, comme précédemment, par un volume d'ammoniaque et dans des conditions toujours identiques, un poids constant de 2^{gr} de sel de brucine. Les observations polarimétriques effectuées sur les solutions ammoniacales filtrées permettent de suivre la marche de la séparation.

» A titre d'exemple, voici les résultats obtenus dans une expérience de dédoublement :

	Déviation α_D pour $L = 2^{dcm}$ solution ammoniacale.
Première cristallisation	$-0°,385$
Deuxième »	$-0,388$
Troisième »	$-0,380$
Quatrième »	$-0,07$
Cinquième »	$+0,16$

» Les trois premières cristallisations, en raison de l'identité des déviations observées, peuvent être considérées comme donnant l'acide lévogyre déjà très pur. Ce fait est confirmé par les observations suivantes :

» Le sel de brucine, provenant d'une première cristallisation, a été soumis à une seconde cristallisation fractionnée; trois dépôts successifs ont donné lieu aux observations polarimétriques $-0°,386$, $-0°,390$ et $-0°,30$ dans les mêmes conditions que ci-dessus.

» D'autre part, dans toutes nos expériences de dédoublement, les déviations propres aux premières cristallisations ont toujours été comprises entre $-0°,380$ et $-0°,392$. La moyenne était $-0°,385$.

» Au degré de concentration de nos solutions, cette déviation de $-0°,385$ pour $L = 2^{dcm}$ correspond à un pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = -13,9$ environ, pour l'oxybutyrate d'ammonium.

» Le liquide filtré, provenant de la cinquième cristallisation ci-dessus, était trop épais pour être concentré davantage sans altération; il a été décomposé par l'ammoniaque pour en retirer un acide dextrogyre déjà fortement actif.

» Au total, nous avons opéré sur $105^{gr},7$ d'acide oxybutyrique racémique pour obtenir $34^{gr},8$ d'acide gauche pur, ce qui représente, en acide gauche, les $\frac{66}{100}$ du rendement théorique.

» En raison des variations rapides du pouvoir rotatoire que subissent avec le temps les solutions des acides-alcools, telles qu'elles ont été observées par M. Wislicenus et par d'autres savants (¹), notamment avec l'acide

(¹) Voir Van't Hoff, *Lagerung* ..., 1894.

lactique, nous avons cru bien faire de caractériser l'acide oxybutyrique gauche par le pouvoir rotatoire de son éther isobutylique. Ce dernier s'obtient aisément en traitant par l'acide chlorhydrique sec le sel de baryum pulvérisé, en suspension dans l'alcool isobutylique. Cet éther bout à 190°-200°; sa densité est de 0,919 à 15°; son pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = -7,7$.

» L'acide dextrogyre, provenant des eaux-mères des diverses cristallisations des sels de brucine et contenant encore une petite quantité de combinaison racémique, donne un éther isobutylique de pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = +5°,7$. L'acide droit ne contiendrait donc que 74 pour 100 d'acide actif.

» Nous avons commencé l'étude des éthers dérivés de l'acide lévogyre; ceux-ci sont aussi lévogyres. Nous reviendrons sur leurs propriétés lorsque ce travail sera plus avancé ([1]). »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide daturique*. Note de **E. Gérard**, présentée par M. Friedel.

« Dans une Note présentée à l'Académie (*Comptes rendus*, t. CXI, p. 305), j'ai fait connaître un nouvel acide gras, l'acide daturique $C^{17}H^{34}O^2$, composé qui, dans la série des acides gras naturels, se place entre l'acide palmitique et l'acide stéarique. Un article de M. J. Dupont, publié récemment dans l'un des derniers fascicules du *Supplément au Dictionnaire de Chimie* de Wurtz, se termine par la phrase suivante :

« M. Arnaud (*Communication particulière*) révoque en doute l'existence de l'acide daturique comme espèce chimique. Le produit désigné sous ce nom ne serait, d'après lui, qu'un mélange d'acides gras, renfermant principalement les acides stéarique et palmitique. L'erreur des auteurs précédents proviendrait des petites quantités de matières sur lesquelles ils ont opéré leurs fractionnements. »

» Je pourrais me servir ici des arguments fournis par d'autres chimistes, MM. Noerdlinger (*D. Chem. G.*, t. XXV, p. 578) et MM. Wanklyn et Johnstone (*Chem. and Drugg.* 1892) qui, en partant de produits autres que ceux que j'avais traités, ont isolé après moi un acide de même formule que l'acide daturique, par des méthodes différentes des miennes.

» Je me contenterai de rappeler les précautions que j'ai prises (*Annales*

([1]) Genève. Laboratoire de Chimie de l'Université.

de Chimie et de Physique, 6e sér., t. XXVII, p. 549) pour éviter l'erreur dont il s'agit, et de faire connaître quelques observations nouvelles.

» 1° On n'arrive pas, en mélangeant de l'acide stéarique et de l'acide palmitique purs, à obtenir un mélange fondant au-dessous de 55°; or l'acide daturique pur fond à 54°, 5.

» 2° 2gr d'acide daturique pur, antérieurement isolé par précipitations fractionnées et cristallisations successives, d'un point de fusion de 54°, 5, ont été fractionnés en sept parties par la méthode de Heintz; chaque partie ayant été cristallisée deux fois, les sept parties fondent encore à 54°, 5. En outre, les produits de ces différents fractionnements forment des sels contenant tous des quantités de métal correspondant à la formule de l'acide daturique (*Ann. de Chimie et de Phys.*, 6e série, t. XXVII, p. 557 et suiv.).

» 3° Les éthers éthylique et méthylique de l'acide daturique pur fondent respectivement à 26°, 7 et à 30°; les acides provenant du fractionnement et des traitements précédents fournissent des éthers fondant encore à 26°, 7 et à 30°, même après deux cristallisations dans l'alcool, une dans l'éther de pétrole et une dans la benzine pour le premier, même après trois cristallisations dans l'alcool méthylique pour le second. De plus, l'acide régénéré des éthers ainsi purifiés fond toujours à 54°, 5.

» 4° J'ai montré (*Journ. Pharm. et Chim.*, 5e série, t. XXVIII, p. 448) que, si l'on applique à un mélange d'acide stéarique et d'acide palmitique la précipitation fractionnée suivant les indications de Heintz, on arrive à recueillir un mélange d'acides fondant à 55°, 5-56°, que des fractionnements ultérieurs ne réussissent pas à séparer. Mais j'ai fait voir aussi (même Recueil) qu'il suffit de soumettre ce mélange d'acides à des cristallisations successives dans l'alcool, pour avoir, dès la première cristallisation, un produit riche en acide stéarique et fondant entre 63° et 64°. Aucune séparation de ce genre ne peut être réalisée ainsi avec l'acide daturique fondant à 54°, 5.

» 5° De l'acide daturique pur a été transformé en sel de magnésie, de plomb, de cuivre, de baryte et de zinc; tous ces sels ont été soumis à plusieurs cristallisations dans l'alcool. Non seulement les sels ainsi purifiés m'ont donné, à l'analyse, des résultats conformes à la formule générale $C^{17}H^{33}MO^2$; mais, en outre, les acides régénérés fondaient encore invariablement à 54°, 5. Est-il admissible qu'il puisse en être ainsi pour tous les sels avec un mélange?

» 6° La dissociation, par l'eau, des sels de soude, des acides gras supérieurs, est connue depuis Chevreul. Si l'on traite par l'eau du daturate de

soude neutre et pur, il se décompose en bidaturate de soude, que j'ai décrit; or, non seulement ce sel, recristallisé dans l'alcool, a la composition voulue, mais l'acide qu'il régénère fond toujours à 54°, 5. De plus, le sel acide, lavé à l'éther, se décompose en sel neutre insoluble et acide libre soluble. L'acide du sel neutre fond bien exactement à 54°, 5.

» Il en est de même pour le sel de potasse. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Glycogène dans le sang chez les animaux normaux et diabétiques.* Note de M. M. KAUFMANN, présentée par M. A. Chauveau.

« Les résultats que j'ai obtenus dans l'étude de la répartition et de la migration de la matière glycogène, dans l'organisme animal, mettent en évidence les deux faits suivants :

» 1° *La matière glycogène est un élément constitutif du sang normal;*

» 2° *Le sang des animaux rendus diabétiques par l'extirpation du pancréas, renferme une quantité de glycogène beaucoup plus considérable que celui des animaux sains.*

» La présence du glycogène dans le sang a été signalée par Salomon d'abord, puis par Huppert et Czerni. Mais il restait à fixer le point suivant, à savoir, si cette matière constitue réellement un élément normal et constant du sang de l'homme et des animaux.

» Dans mes recherches, j'ai toujours trouvé le glycogène dans le sang artériel et le sang veineux de tous les animaux sur lesquels j'ai expérimenté (cheval, bœuf et chien), quelles que fussent d'ailleurs les conditions physiologiques dans lesquelles se trouvaient les sujets. Ce résultat positif me conduit à considérer le glycogène comme un élément normal et toujours présent dans le sang.

» Normalement la matière glycogène est fort peu abondante dans le liquide sanguin; souvent elle n'y existe qu'à l'état de traces, d'autres fois, sa proportion s'élève à 10 et même 25^{mgr} par litre. Je ne puis ici exposer les conditions physiologiques qui modifient la proportion du glycogène du sang; je reviendrai ultérieurement sur ce point.

» Les dosages comparatifs que j'ai faits établissent que, chez les diabétiques, le glycogène est jusqu'à vingt fois plus abondant dans le sang que chez les animaux normaux. Tandis que chez ces derniers la proportion de glycogène du sang ne dépasse pas 25^{mgr}, elle peut atteindre chez les diabé-

tiques jusqu'à 500^{mgr} par litre. Dans le diabète sucré, il y a donc à la fois dans le sang, excès de sucre, excès de glycogène et excès d'urée.

» Ces deux faits : présence constante du glycogène et de la glycose dans le sang des animaux normaux, et surabondance de ces mêmes substances dans celui des diabétiques, ont une grande portée au point de vue de la physiologie générale de la nutrition et de la pathologie.

» Ils confirment la vue de Cl. Bernard, d'après laquelle le sucre, formé dans le foie et déversé dans le sang, dérive toujours du glycogène. Cette substance semble représenter la forme transitoire que doivent nécessairement prendre les matières nutritives avant de devenir du sucre. Le travail d'élaboration qui s'accomplit dans le foie comprend deux actes : le premier par lequel les matières hydrocarbonées, graisses et albuminoïdes, sont transformées en glycogène ; le deuxième par lequel ce glycogène formé est en partie transformé aussitôt en sucre et en partie déversé en nature dans le sang, qui le transporte dans les muscles, où il se met en réserve pour subvenir aux besoins ultérieurs.

» Ils viennent également appuyer la doctrine générale de M. Chauveau, sur la transmutation de la matière et de l'énergie, sur le mode de destruction et de reconstitution du potentiel énergétique dans l'organisme animal.

» Enfin ils rendent compte de certains faits pathologiques incomplètement expliqués, par exemple, de l'accumulation, chez les diabétiques, de glycogène dans le réseau capillaire et le tissu de certains organes tels que les centres nerveux et le rein, qui, d'ordinaire, n'en renferment que des traces, de la présence du glycogène dans les urines diabétiques. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la signification du dégagement d'acide carbonique par des muscles isolés du corps, comparée à celle de l'absorption de l'oxygène.* Note de M. **J. Tissot**, présentée par M. A. Chauveau.

« D'après Valentin, Matteucci, les muscles de la grenouille, isolés du corps et placés dans l'air, absorbent plus d'oxygène qu'ils n'en rendent à l'état d'acide carbonique.

» D'après Hermann, il faudrait voir, dans l'absorption d'oxygène d'une part, dans la production d'acide carbonique d'autre part, deux phénomènes absolument distincts, sans rapport l'un avec l'autre ni avec les phénomènes d'activité du muscle.

» Mes expériences m'ont montré, en effet, qu'il n'y a pas de rapport constant entre CO^2 et O^2, et que, à l'état de repos, ce rapport peut être indifféremment plus petit que 1, égal à 1 ou plus grand que 1.

» De telles différences sont certainement placées sous l'influence de causes bien déterminées. J'ai cherché à les établir à l'aide de plusieurs séries d'expériences, destinées à me renseigner sur les relations qui existent entre l'activité des absorptions et des exhalaisons gazeuses du muscle isolé et l'activité de ses propriétés physiologiques survivantes.

» J'exposerai d'abord les expériences qui avaient pour but essentiel de démêler la signification générale du dégagement d'acide carbonique, et dont les résultats d'ensemble sont exprimés dans les propositions suivantes :

» 1° La quantité totale d'acide carbonique dégagée par un muscle placé dans l'air n'a aucun rapport avec les phénomènes d'activité physiologique dont le muscle isolé est encore le siège.

» 2° Seule, la quantité d'oxygène absorbée est en relation avec les phénomènes physiologiques du muscle.

» Les faits qui justifient ces propositions appartiennent à plusieurs catégories d'expériences, visant en même temps d'autres points. Je me bornerai à citer maintenant celles qui se rapportent plus spécialement à l'objet actuel.

» *Expérience I.* — On prend le train postérieur de trois grenouilles de même taille, et l'on en sépare les pattes au niveau du pubis. Les six pattes, dépouillées et débarrassées du pied, à partir de l'articulation tarso-métatarsienne, sont introduites chacune, sous le mercure, dans une cloche contenant de l'air, dont on a eu soin de mesurer très exactement le volume. Chaque cloche contient, du reste, à très peu de chose près, la même quantité d'air. Les six cloches sont placées dans des étuves à des températures différentes. Au bout d'une heure et demie, on retire les pattes et on analyse les gaz, en recherchant seulement la quantité d'acide carbonique produite. Voici les résultats obtenus :

Température.	Quantité d'acide carbonique dégagée.
°	cc
A 17	0,170
28	0,389
36	0,438
50	0,691
62	0,745
70	0,776

» Si l'on ne considérait que les chiffres d'acide carbonique inscrits dans ce tableau, et si, selon la manière de voir de la plupart des physiologistes, le dégagement de ce

gaz était pris comme témoin de l'activité des phénomènes physiologiques, on serait amené à cette conclusion absurde, que c'est quand le muscle est tué par la chaleur qu'il a la plus grande activité physiologique.

» *Expérience II.* — La même expérience est répétée en faisant, cette fois, le dosage de l'oxygène seulement. Les résultats obtenus sont bien différents, comme l'indique le Tableau suivant :

Température.	Quantité d'oxygène absorbée.
°	cc
A 15,0	0,210
21,0	0,296
27,0	0,480
33,5	0,477
37,0	0,418
42,0	0,105

» Ainsi, la quantité d'oxygène absorbée par le muscle croît d'une manière considérable jusqu'à un certain degré, qui est l'optimum (vers 30°); elle décroît ensuite brusquement si la température continue à s'élever. Au delà de 42°, température incompatible avec la conservation de l'excitabilité du muscle, l'absorption de l'oxygène cesse bientôt complètement.

» D'après ces deux expériences, qui ont été répétées plusieurs fois avec le plus grand soin, toujours avec les mêmes résultats, il y a désaccord complet entre les indications fournies par les quantités d'acide carbonique exhalées et celles d'oxygène absorbées.

» La quantité d'acide carbonique totale, dégagée par un muscle isolé du corps, ne saurait être prise pour la mesure de l'activité physiologique de ce muscle.

» L'absorption de l'oxygène est seule liée étroitement à la manifestation de cette activité, l'absorption étant au maximum quand l'activité musculaire bat son plein, au minimum quand celle-ci est éteinte ou sur le point de s'éteindre [1]. »

MICROGRAPHIE. — *Sur la structure et les affinités des* Microsporon. Note de M. **Paul Vuillemin**, présentée par M. Bouchard.

« Le genre *Microsporon* a été créé par Gruby (1843) pour un organisme habitant la peau humaine et caractérisé par un corps arrondi, muni ou non d'une excroissance gemmiforme. Divers auteurs ont pensé que cette diagnose

(1) Travail du laboratoire de M. A. Chauveau, au Muséum.

ne différenciait pas botaniquement les *Microsporon* à l'égard des *Saccharomyces*. D'autres ont étendu cette désignation à des espèces filamenteuses (*M. furfur* Robin 1853, *M. minutissimum* Balzer 1883). Le parasitisme et le rôle pathogène des *Microsporon* sont contestés comme leur autonomie. Une connaissance plus approfondie de leurs caractères morphologiques et biologiques pouvait seule nous apprendre, d'une part s'ils constituent un genre distinct à la fois des *Saccharomyces* et des formes filamenteuses, d'autre part, s'ils possèdent des moyens d'action capables de modifier la vitalité des tissus épidermiques.

» Je me suis adressé à une espèce signalée par Rivolta (1873), étudiée avec soin par Malassez (1874) et depuis par de nombreux observateurs. Vidal a proposé pour cet organisme le nom de *Torula vulgaris* (4 janvier 1879). Malassez avait, dans son premier travail, constaté la ressemblance de cette espèce avec le *Microsporon Audouini*. Nous la désignerons par le nom de *Microsporon vulgare*, qui a la priorité sur *M. ovale, M. Malassezi* et autres synonymes.

» *Structure*. — La membrane est réduite, au sommet, à une calotte excessivement mince et extensible. Elle atteint sa plus grande puissance et sa plus grande rigidité au contact de la calotte, où elle est renforcée par trois ou quatre arêtes longitudinales s'éteignant progressivement vers le tiers supérieur. Elle est perforée de ponctuations que Bizzozero a observées (1884) sans en comprendre la nature. Ces ponctuations existent constamment à la base; elles sont inconstantes et disséminées sans ordre sur les côtés.

» Le cytoplasme renferme une, rarement deux vacuoles. La vacuole augmente rapidement de diamètre dans certains réactifs et dans l'eau, surtout chez les jeunes sujets. Si le corps n'a pas été tué, la vacuole se contracte à plusieurs reprises. La systole est brusque, la diastole dure de deux à trois minutes; une nouvelle systole se produit au bout de dix minutes; puis la fatigue espace davantage les contractions; bientôt la tétanisation est complète et le corps, définitivement distendu, meurt. Dans les cellules plus âgées, la membrane affermie lutte victorieusement contre la pénétration de l'eau.

» Des granulations sombres sont disséminées dans le cytoplasme, notamment autour de la vacuole. Elles pourraient en imposer pour un noyau, mais elles se colorent en rose par un mélange de fuchsine et de vert d'iode. Le véritable noyau, moins apparent, fixe le réactif vert : c'est une sphère mesurant $0^{\mu},4$ de diamètre, appliquée contre la paroi vers le milieu du corps. Le noyau est unique, que le *Microsporon* soit muni ou non d'une excroissance terminale.

» Le prétendu bourgeon n'est qu'une hernie cytoplasmique soulevant la calotte amincie, étranglée à la base par l'anneau épaissi de la membrane. Sous l'action des réactifs qui dilatent la vacuole, il subit une forte tension et s'arrondit. Sur le vivant, son extrémité, irrégulière, se déforme activement et se couvre de mamelons fixant la fuchsine moins énergiquement que le reste du cytoplasme. Des pseudopodes rétrac-

tiles, se colorant mal, sortent par les pores de la membrane. Dans leur état d'expansion complète, ils sont formés d'un pédicelle grêle, surmonté d'un bouton qui ne dépasse pas $0^{\mu},5$.

» *Division.* — Quand le corps unicellulaire a atteint 5^{μ}-6^{μ} sur 3^{μ}, le noyau se divise. J'ai vu deux noyaux juxtaposés dans le plan transversal; une cellule de même âge contenait un noyau faiblement coloré par le vert d'iode, atteignant environ 1^{μ} de diamètre. Cet aspect semble indiquer une refonte du noyau comme dans la division indirecte, plutôt qu'un simple étranglement.

» A la même époque, la membrane se gonfle et se décolle, ne laissant qu'une mince couche au contact du protoplasme. Elle entrave la pénétration des réactifs et je n'ai pas suivi plus loin la division des noyaux. Le corps cellulaire se contracte en boule et se partage à plusieurs reprises, donnant des bourgeons endogènes au nombre de 2 à 40 et davantage. Les cellules-filles prennent la structure de la mère. Au début la vacuole est peu apparente, le corps n'est pas plus renflé que le rostre, les arêtes sont situées vers le milieu de la cellule. L'aspect définitif avec le rostre étranglé et les pseudopodes est réalisé avant que les cellules-filles se soient échappées. Quand la division s'est opérée régulièrement, on a une colonie de cellules équivalentes dans un sac formé par le corps maternel. Parfois les produits des premières divisions s'organisent prématurément, puis donnent une nouvelle génération endogène; on a des colonies de divers ordres emboîtées les unes dans les autres. Un cytoplasme clair, vacuolaire, réfractaire aux colorants, remplit les interstices laissés entre les cellules-filles et se continue par des pseudopodes à travers les pores dilatés de l'enveloppe commune. Le plasma périphérique, dont les pseudopodes sont les expansions, s'est donc séparé du plasma central consacré à la production des bourgeons endogènes.

» *Fécondation.* — Des individus égaux, de petite taille, sont unis deux à deux par le rostre. La situation des vacuoles et la direction des arêtes montrent qu'il ne s'agit pas d'une division transversale. Dans un état plus avancé de l'accouplement, les rostres sont confondus, puis effacés; les arêtes des deux individus sont rapprochées. Le corps est alors elliptique, muni d'une vacuole à chaque foyer. A ce stade, j'ai vu deux noyaux rapprochés sur le plan équatorial entre les deux vacuoles, tandis que la membrane commençait à se gonfler. Ce phénomène est une fécondation isogame. D'autres aspects laissent supposer que le contenu d'un des gamètes peut aussi passer dans le corps de l'autre.

» *Affinités.* — Le *Microsporon vulgare* s'éloigne définitivement des *Saccharomyces*, dont il n'a pas même les bourgeons. Il ressemble aux Algues du groupe des Cénobiées, par l'isogamie, le mode de formation des colonies, la présence des pseudopodes et d'une vacuole pulsatile. Il en diffère par l'absence de chlorophylle et de flagella. Le rostre est un vestige modifié de la base d'implantation des organes natatoires. Les Microsporées représentent une nouvelle série du groupe hétérogène des Phycomycètes, c'est-à-dire des Champignons qui gardent presque intact l'héritage des Algues. Elles dérivent des Cénobiées comme les *Saprolegnia* des Siphonées, comme

les *Entomophthora* des Conjuguées. Comme les Volvocinées, elles ont aussi des affinités avec les Protozoaires. Du genre *Microsporon*, fixé par la description précédente, on exclura les formes filamenteuses.

» *Parasitisme*. — Le *Microsporon vulgare* n'est pas un parasite nécessaire. Conservé *in vitro* sur des squames épidermiques maintenues humides, il était, au bout de trois mois, parfaitement vivant, muni de noyaux en pleine division. On le trouve en abondance sur l'épiderme sain. Cependant je n'ai pas observé de prolifération plus active ni de colonies plus populeuses qu'au contact des cellules nucléées, dans l'épiderme des taches naissantes du pytiriasis simple. Doué d'une structure presque animale, muni de pseudopodes comparables à des suçoirs, le *Microsporon* peut s'insinuer activement entre les cellules vivantes, les rançonner, en altérer le contenu. Sa puissance irritante est tout autre que celle d'une poudre inerte de granulations infimes. Les *Microsporon* sont donc armés pour le parasitisme. Cette donnée nouvelle pourra éclairer leur rôle pathogène. »

ZOOLOGIE. — *Sur le développement embryonnaire d'un Dromiacé du genre* Dicranodromia. Note de M. **Eug. Caustier**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« L'origine des Dromiacés, c'est-à-dire des Crabes qui servent de point de départ à l'important groupe des Brachyures, a été très discutée dans ces dernières années. Les uns, comme M. Claus [1] et récemment M. Ortmann [2], leur attribuent une origine anomourienne; les autres, comme M. Boas [3] et récemment M. G. Cano [4], les rattachent à des formes macrouriennes voisines des Thalassinidés. Enfin, tout dernièrement, M. E.-L. Bouvier [5] montrait que les Crabes doivent se rattacher directement à la tribu des Homariens par l'intermédiaire des Dromiacés. L'étude du développement pouvant apporter quelque indication sur cette question, il m'a paru intéressant de résumer les observations que j'ai faites dans ces der-

---

(1) C. Claus, *Neue Beiträge zur Morphologie der Crustaceen* (*Arbeit. der Zool. Inst. zu Wien.*, t. VI, p. 74; 1885).

(2) A. Ortmann, *Die Decapoden Krebse der Strasburger Museum* (*Zoolog. Jahrbüch*, B. VI; 1892).

(3) J. Boas, *Studies on Decapodernes Slægbskabsforbold;* 1880.

(4) G. Cano, *Sviluppo dei Dromidei* (*Atti della R. Accad. Scienze Napoli*, vol. VI).

(5) E.-L. Bouvier, *Comptes rendus;* 1894.

niers temps, sur un Dromiacé du genre *Dicranodromia*. Grâce à l'obligeance de M. A. Milne-Edwards qui a bien voulu me confier les œufs des Crustacés abyssaux recueillis par le *Blake* et le *Talisman*, j'ai pu étudier le développement embryonnaire de la *Dicranodromia ovata* (A. Milne-Edwards). Cette espèce, draguée par le *Blake* à une profondeur de 180 brasses, porte de gros œufs qui peuvent atteindre 2^{mm} de diamètre. Cette dimension, qui est en rapport avec une abondance de matière nutritive, fait prévoir un développement plus prolongé. Dans les œufs étudiés, l'embryon, en effet, possède tous ses appendices céphaliques et thoraciques, et son abdomen, nettement segmenté, est déjà muni de pléopodes; on est donc en présence d'une forme embryonnaire correspondant au stade Mysis, et cependant la moitié du vitellus n'est pas encore digéré. Ce retard, qui n'avait pas encore été signalé chez les Brachyures, est également rare chez les Anomoures chez lesquels il n'a été observé jusqu'ici que sur certains *Galathodes* par M. Sars [1] et sur le *Diptychus* par M. E.-L. Bouvier [2].

» Au stade étudié, le développement des appendices montre combien sont nombreuses les affinités de ce Dromiacé avec les Anomoures et les Macroures. Les antennules, bien développées, présentent à leur base l'orifice du sac auditif; les antennes ont un fouet très allongé et un acicule très large dont le bord interne est garni de longues soies; le deuxième article du protopodite de cette antenne ne présente pas l'épine, qui est si caractéristique des Anomoures. La troisième patte-mâchoire, contrairement à ce qui s'observe chez les Anomoures, est bien développée et porte un exopodite disposé pour la natation. Les cinq paires de pattes thoraciques sont bien indiquées : les quatre premières sont repliées sous la partie ventrale, la cinquième est repliée sur le dos et dirigée en avant; la première paire seule porte un exopodite qui n'existe chez aucun Anomoure.

» L'abdomen, nettement segmenté, n'est pas orné d'épines; les deuxième, troisième, quatrième et cinquième somites portent des pattes abdominales non bifurquées; le sixième somite présente des rudiments de bourgeons qui sont les futurs uropodes; enfin le dernier anneau abdominal est fortement échancré et présente onze paires de longues soies,

---

(1) G.-O. Sars, *Bidrag til Kundskaben om Decopodernes Forvondlinger* (*Archiv. f. Matheus og Natur.*; 1889).

(2) Bouvier, *Comptes rendus*; 1892.

nombre plus considérable que celui qu'on observe chez la *Dromia* et la *Gebia*. Ce caractère du segment anal a, du reste, peu d'importance.

» La carapace est particulièrement intéressante : elle est arrondie et, contrairement à ce qui se voit chez les Anomoures, ne présente aucune épine; l'aire gastrique se prolonge jusque sur le rostre, rappelant ainsi la disposition qu'on observe chez les *Prosoponidés* de la période jurassique; le sillon cervical, qui s'atténue beaucoup chez les Dicranodromies adultes et qui n'existe pas chez les larves de Thalassiniens, est très net chez l'embryon comme chez tous les Dromiacés primitifs ; le sillon branchial n'existe peut-être pas encore, mais M. Boas l'a figuré chez la Mégalope de la Dromia.

» J'ajouterai que les épipodites, organes qui chez l'adulte sont intimement liés à la fonction respiratoire, ne sont pas encore apparus; ce qui est bien en rapport avec l'absence des branchies qui font encore défaut à ce stade embryonnaire.

» Enfin, j'insisterai particulièrement sur la disposition de la cinquième paire de pattes thoraciques : elle est repliée sur le dos et dirigée en avant, rappelant, par conséquent, les pattes modifiées des Dromies adultes. On sait qu'à ce point de vue les Dromiacés se partagent en deux groupes : ceux qui ont deux paires de pattes modifiées comme les Dicranodromies, les Dromies et les Homolodromies, et ceux qui n'en ont qu'une comme les Dynomènes, les Homoliens et les Acanthodromies. Il était donc intéressant de montrer que la *Dicranodromia* qui, à l'état adulte, a deux paires de pattes modifiées, passe par un stade embryonnaire qui correspond à une forme plus primitive et où il n'y a qu'une seule paire de pattes modifiées [1] ».

MINÉRALOGIE. — *Sur une nouvelle combinaison de formes présentée par des cristaux de quartz.* Note de M. **Fred. Wallerant**, présentée par M. Fouqué.

« Dans les dépôts tertiaires des environs de Paris, se forment de petits cristaux de quartz offrant une combinaison de formes notablement différente de celles décrites jusqu'ici. Ces cristaux, presque microscopiques, sont disposés en bouquets et ne présentent de faces cristallines qu'à l'une

[1] Travail fait au laboratoire de M. Milne-Edwards au Muséum.

de leurs extrémités. Celle-ci est formée de trois faces p bien développées, et à la place des faces $e^{\frac{1}{2}}$ s'élèvent trois trièdres, que l'on voit dans la *fig.* A représentant un pointement, vu de face, et dans la *fig.* B d'un cristal placé de profil. Des sections faites dans le cristal montrent que ces trièdres sont les extrémités de trois cristaux enchâssés dans un cristal central; leurs sections droites ont un angle interne de 60°, comme le montre la

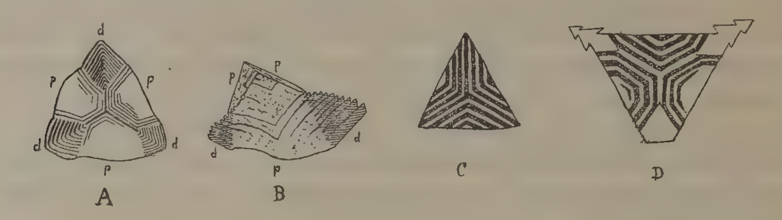


fig. D. Les quatre cristaux ont leur axe optique parallèle, et comme les bases des trièdres, marquées d, sont précisément parallèles à une face p, elles peuvent elles-mêmes être considérées comme des faces p de chacun des cristaux annexes; fréquemment, d'ailleurs, ces bases font défaut et les trièdres sont creux. Quant aux faces latérales des trièdres, elles sont assez complexes : chacune d'elles est formée d'un grand nombre de petites facettes toutes parallèles entre elles, mais disposées en escalier, comme le montre la *fig.* B. Les facettes sont striées très finement et très régulièrement; ces stries sont parallèles à l'intersection $e^2 e^{\frac{1}{2}}$ et les stries des deux faces d'un même trièdre font entre elles un angle de 60°. Il en résulte que les facettes appartiennent à la zone $e^2 e^{\frac{1}{2}}$ et, s'il ne nous a pas été possible de déterminer exactement leur notation, à en juger d'après les apparences, les facettes d'un même trièdre sont deux faces e^2 non adjacentes.

» Les faces p du cristal central, au lieu d'être lisses, comme cela a lieu habituellement, sont chagrinées; de plus, on constate sur elles l'existence de couches minces se superposant les unes aux autres en allant du sommet à la base de la face. Autrement dit, le cristal paraît s'être accru par dépôt de silice en couches parallèles aux faces p. En outre, les accidents de la surface se traduisent généralement par la disparition de fragments parallèles à cette surface, comme s'il existait un clivage correspondant aux couches d'accroissement.

» D'autre part, comme l'indique la *fig.* A, les faces p montrent des stries, fines et continues, parallèles aux arêtes et aux côtés des trièdres.

Ces stries sont les lignes de suture de cristaux en forme de lamelles, parallèles à l'axe du cristal principal et dont la forme gauche se comprend bien en considérant les *fig.* C et D, où les lignes claires et obscures en reproduisent les sections droites, la première dans une section perpendiculaire à l'axe faite au-dessus des trièdres, et la seconde plus bas. Ces lamelles sont généralement séparées par des plans de suture bien nets, mais le point intéressant consiste en ce que chacune d'elles se subdivise en deux lamelles présentant des rotations de sens différent. C'est cè qu'indiquent les *fig.* C et D, où, bien entendu, on a exagéré les différences d'extinction. Il est à remarquer que les cristaux se terminant par les trièdres ont toujours la même rotation que la lamelle en forme d'étoile à trois branches correspondant aux arêtes du rhomboèdre p. Ces cristaux présentent donc une disposition analogue à celle que l'on observe dans l'améthyste, mais les lamelles de rotation différente n'ont pas la même orientation. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur une évaluation approchée de la fréquence des tremblements de terre à la surface du globe.* Note de M. F. de Montessus de Ballore, présentée par M. A. Cornu.

« On a dit qu'il ne se passe pas de jour sans qu'il tremble quelque part à la surface du globe; c'est de minute qu'il faut dire.

» Le nombre à connaître pour mesurer la sismicité d'une région, petite ou grande, mais bien déterminée, est le nombre I de séismes qui s'y font sentir annuellement en moyenne. Pour cela, on dispose, suivant les cas, de documents de valeurs très différentes, que l'on peut diviser en trois classes : historiques, sismologiques ou sismographiques. Les observations historiques résultent de documents de toute sorte, ayant pour caractère commun de ne s'occuper qu'incidemment des tremblements de terre. Les observations sismologiques, d'une bien plus grande valeur scientifique, proviennent d'études spéciales, faites en vue de noter toutes les secousses sensibles à l'homme, ressenties dans un pays donné. Enfin, les observations sismographiques se font dans des observatoires spéciaux, pourvus d'appareils enregistreurs, et peuvent approcher de la perfection, si ces établissements sont assez voisins les uns des autres.

» De ces trois sources d'information, se déduisent les nombres i_1, i_2, i_3 de séismes qui se font sentir dans une région, suivant la nature des documents dont on dispose. Ces trois nombres, quand deux espèces d'observa-

tions existent à des époques différentes pour une même région, présentent des rapports moyens non arbitraires, auxquels on a trouvé les valeurs

$$\frac{i_2}{i_1} = 4,26, \qquad \frac{i_3}{i_1} = 26,59, \qquad \frac{i_3}{i_2} = 6,44,$$

pour respectivement 44, 28 et 22 régions. Or la valeur de $\frac{i_2}{i_1}$, calculée au moyen de celles observées de $\frac{i_3}{i_1}$ et $\frac{i_3}{i_2}$, est 4,18, très voisine de celle observée, 4,26. C'est dire que ces nombres représentent, avec beaucoup d'approximation, les rapports des valeurs des trois genres de documents.

» Ces chiffres sont susceptibles d'une intéressante interprétation. Si l'on admet que les observations sismographiques sont complètes, c'est-à-dire que i_3 est, en général, peu inférieur à I, supposition d'autant plus vraie que les appareils sont plus sensibles et les observatoires plus rapprochés, il en résulte que les documents historiques et sismologiques ne relatent en moyenne que 3,76 et 15,52 pour 100 des secousses, et en laissent perdre respectivement 96,24 et 84,48 pour 100. Or, si l'on se reporte aux nombres de secousses de chacune des dix intensités de l'échelle Rossi-Forel pour 10500 secousses italiennes d'intensité connue, on voit que les documents historiques ne relatent que les secousses des intensités X, IX, VIII, et le quart de celles d'intensité VII, et que les documents sismologiques n'enregistrent que les secousses des intensités X, IX, VIII, VII, VI et la moitié de celles d'intensité V. Du moins, les choses se passent au point de vue du nombre comme s'il en était ainsi. Ces pertes considérables roulent surtout sur les faibles intensités, les nombres de secousses croissant très rapidement quand cet élément décroît, au point que celles de l'intensité I sont au moins 10000 fois plus nombreuses que celles de l'intensité X.

» Les séries d'observations réparties sur 11691000^{kmq} de régions, bien étudiées sismiquement et sans doubles emplois, donnent

$$\Sigma i_1 = 341,35, \qquad \Sigma i_2 = 878,57, \qquad \Sigma i_3 = 2222,24,$$

qui, réduits en i_3, au moyen des coefficients 26,59 et 6,44, donnent au total

$$\Sigma i_3 = 16957.$$

Cela représente une secousse pour chaque demi-heure. Sans faire une hypothèse trop risquée, on peut admettre que les choses se passent dans la même proportion pour le reste de la surface, mal étudiée sismiquement,

des continents et même des océans, l'observation montrant que ceux-ci sont partout quelquefois ébranlés par des secousses d'origine sous-marine, comme en témoignent souvent les journaux de bord. On a même pu, malgré l'imperfection d'une telle source d'informations, déterminer dans l'Atlantique méridional, entre l'écueil Saint-Paul et la côte d'Afrique, une région sismique à limites précises, et calculer une valeur approchée de sa sismicité. Cela conduit, par proportion et pour les 510000000^{kmq} de la surface terrestre, à un nombre annuel moyen de 437768 séismes, soit 50 par heure, ou bien près d'un par minute, fréquence tout à fait insoupçonnée.

» S'il n'est pas de point de la surface terrestre, émergée ou immergée, où il ne tremble peu ou prou, il ne faut pas oublier que la fréquence et l'intensité des séismes, deux choses qui d'ordinaire vont de pair, varient dans d'extrêmes limites pour des régions même très voisines. C'est que les tremblements de terre ont leurs régions d'élection, dont je me propose de donner ultérieurement les caractères physiques, les différenciant de celles relativement plus stables. »

M. **Mayençon** adresse une Note « Sur la perméabilité du platine à l'hydrogène et à l'oxygène ».

M. **Léopold Hugo** fait hommage à l'Académie de diverses pièces concernant *Jeanne Barré*, préposée aux herbiers du naturaliste Commerson.

A 4 heures un quart, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Commission chargée de préparer une liste de candidats pour la place d'Académicien libre, laissée vacante par le décès de M. *F. de Lesseps*, présente la liste suivante :

En première ligne . . . . M. **Adolphe Carnot**.

En seconde ligne, par ordre alphabétique . . .
M. **Lauth**.
M. **Linder**.
M. **de Romilly**.
M. **Rouché**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 5 heures. M. B.

ERRATA.

(Séance du 25 février 1895.)

Note de M. *de Jonquières*, Sur les dépendances mutuelles des déterminants, etc. :

Page 408, ligne 16, *au lieu de* $= 1^n.2^{n-1}.3^{n-2}, \ldots,$ *lisez* $= \lambda.2^{n-1}.3^{n-2}, \ldots.$

(Séance du 4 mars 1895.)

Note de M. *E.-H. Amagat*, Sur la pression intérieure et le viriel des forces intérieures dans les fluides :

Page 489, ligne 6, *au lieu de* P, *lisez* $\mathfrak{P}$.

Page 491, dernière ligne, *au lieu de* $-\pi'$, *lisez* $\pi = \pi'$.